

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ
Χειμερινό Εξάμηνο 2007–2008

Θέματα Εξετάσεων Φεβρουαρίου

1. Έστω Q η τρισδιάστατη πενταγωνική πυραμίδα και P η διπυραμίδα πάνω στο Q . Υπολογίστε το f -διάγραμμα της P .
2. Συμβολίζουμε με $f_i(P)$ το πλήθος των πλευρών διάστασης i ενός κυρτού πολύτοπου P . Για καθεμιά από τις ακόλουθες προτάσεις, δώστε απόδειξη ή αντιπαράδειγμα.
 - (α) Αν δύο πολύτοπα P και Q έχουν ισόμορφα γραφήματα, τότε ισχύει $f_i(P) = f_i(Q)$ για κάθε ακέραιο i .
 - (β) Αν δύο απλά πολύτοπα P και Q έχουν ισόμορφα γραφήματα, τότε ισχύει $f_i(P) = f_i(Q)$ για κάθε ακέραιο i .
3. Υπολογίστε το μεγαλύτερο θετικό ακέραιο k για τον οποίο υπάρχει πολύτοπο διάστασης 3 με k -συνεκτικό γράφημα.
4. Ο k -σκελετός ενός πολυεδρικού συμπλέγματος \mathcal{F} ορίζεται ως το σύμπλεγμα των πλευρών του \mathcal{F} διάστασης ίσης ή μικρότερης του k . Έστω $\mathcal{F}(C_d)$ το σύμπλεγμα των πλευρών του d -διάστατου κύβου $C_d = [-1, 1]^d$.
 - (α) Είναι ο 2-σκελετός του συμπλέγματος $\mathcal{F}(C_4)$ αποφλοιώσιμος;
 - (β) Είναι ο 2-σκελετός του συμπλέγματος $\mathcal{F}(C_d)$ αποφλοιώσιμος για κάθε $d \geq 2$;
 - (γ) Είναι ο k -σκελετός του συμπλέγματος $\mathcal{F}(C_d)$ αποφλοιώσιμος για όλους τους μη αρνητικούς ακέραιους k και d ;
 - (δ) Είναι ο k -σκελετός του συμπλέγματος των πλευρών ενός κυρτού πολύτοπου πάντοτε αποφλοιώσιμος;
5. Υπολογίστε τη σειρά Ehrhart του ευθύγραμμου τμήματος $\{t \in \mathbb{R} : -1 \leq t \leq 4\}$.

Αθήνα, 13 Φεβρουαρίου 2007.

Καλή Επιτυχία.