Λύση Ασκησης 10

$$\left.\begin{aligned} F(v_x, v_y, v_z) &= F\left(\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}\right) \\ F(v_x, v_y, v_z) &= f(v_x)\cdot f(v_y)\cdot f(v_z) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$F(v_x, v_y, v_z) = f(v_x)\cdot f(v_y)\cdot f(v_z) \Leftarrow$$

Παραγωγίζουμε ως προς v_x

Αριστερό μέλος:

$$\frac{\partial F}{\partial v_x} = \frac{\partial F}{\partial v}\cdot \boxed{\frac{\partial v}{\partial v_x}} \quad ①$$

↳ Υπολογίζω αυτόν τον όρο:

Θέτω $w \equiv v_x^2+v_y^2+v_z^2 \Rightarrow$

$$dw = \frac{d}{dv_x}\left(v_x^2+v_y^2+v_z^2\right)\cdot dv_x \Rightarrow$$

$$\boxed{dw = 2v_x\cdot dv_x}$$

$$\boxed{\text{ή: } \frac{dw}{dv_x} = 2v_x}$$

Λυση Ασκησης 8

- Υποθέτουμε κοινό μέτρο u.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{n\cdot S \cdot dx}{dt} = n\,S\cdot u$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dN}{S\cdot dt}} = n\cdot u \qquad \text{δηλδ:} \quad \boxed{I = nu}$$

$\equiv I$ ροή σωματίων

- Εαν οι ταχύτητες είχαν ποικίλα μέτρα

$$I = n\cdot\langle \overset{\overset{\text{δεξιά}}{\rightarrow}}{v_x} \rangle = n\cdot\sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}} \underset{\downarrow}{=} \frac{n\langle v\rangle}{4}$$

ΒΛΕΠΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ 5

Λύση Άσκησης 9

- Χώρος εντός δοχείου >> όγκο (κενού) δοχείου

$\Longrightarrow$ σταθερή $n_0 = \frac{P}{k_B T}$

$\uparrow$ δείκτης "0" δηλώνει το τεράστιο χώρο

- Την $t=0$, ανοίγω τρύπα και εισέρχονται μόρια. **Εντός** του δοχείου $n(t)$

- Στην οπή θα προσπίπτουν και εισέρχοντα

$$\frac{dN}{dt} = \underset{\uparrow \atop \text{ροή}}{I_{\text{εισερχομένων}}} \cdot S \underset{\uparrow}{=} \frac{n_0 \langle v\rangle}{4} \cdot S$$

λόγω άσκησης 8

$$\boxed{I = n\langle \vec{v}\rangle = n\sqrt{\frac{k_BT}{2\pi m}} = \frac{n\langle v\rangle}{4}}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ Nº 5

Είχαμε αποδείξει $\langle \vec{v_x}\rangle = \frac{\langle v\rangle}{4}$

- Κάποια από αυτά που μπήκαν, εξέρχοντα

$\downarrow$ "ατονα" $\downarrow$ "τονισμένα"

$$\frac{dN'}{dt} = \frac{\textcircled{n}\langle v\rangle S}{4}$$

N' ← εξερχόμενα

n ← αριθμητική συγκέντρωση εντός δοχείου

B25

$$\Rightarrow \frac{dn}{(n_0-n)} = \lambda dt \rightarrow \int_0^{n(t)} \frac{dn}{n_0-n} = \int_0^t \lambda\, dt$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{n_0}{n_0-n(t)}\right) = \lambda t \Rightarrow$$

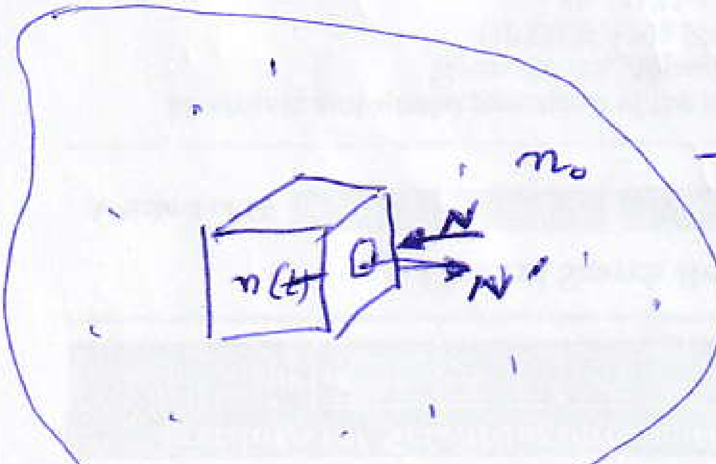
$$n(t) = n_0\left(1-e^{-\lambda t}\right)$$

<u>Άρα</u> η αρχική εξίσωση $P = n\, k_B T$

$\uparrow$ Εντός δοχείου

γράφεται $P(t) = n(t)\, k_B T \Rightarrow$

$$P(t) = P_{\text{αρχικη}}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$$



ΠΡΟΣΟΧΗ

n_0 = αριθμ. συγκέντρωση Εξ. χώρο

$n(t)$ = >> κουτί

N = πλήθος σωματίων που ωθούνται από έξω (όλοι πο

προς τα μέσα

B27

N' = ... μέσα προς έξω .... $n(t)$

Αρα ① $= \frac{dF}{dv} \cdot \frac{d\sqrt{\omega}}{dv_x}$

$$= \frac{dF}{dv} \cdot \frac{d\sqrt{\omega}}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dv_x}$$

↓ λογω της ②

$$= \frac{dF}{dv} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\omega}} \quad 2v_x$$

$$= \frac{dF}{dv} \cdot \frac{1}{\cancel{2}v} \cdot \cancel{2}v_x$$

$$= \frac{dF}{dv} \cdot \frac{v_x}{v}$$

Αρα το αριστερο μερος ① γραφεται

$$\frac{\partial F}{\partial v_x} = \frac{\partial F}{\partial v} \cdot \frac{v_x}{v} \qquad ③$$

Δεξί μέρος της ①:

$$\frac{df(v_x)}{dv_x}\cdot f(v_y)\cdot f(v_z) \qquad ④$$

Συνεπώς, επειδή ① = ④ $\Longrightarrow$ (διαιρώ με F

$$\frac{v_x}{v}\cdot\frac{\partial F}{\partial v}\cdot\frac{1}{F}=\boxed{\frac{1}{F}\frac{df(v_x)}{dv_x}}\cdot f(v_y)\cdot f(v_z)$$

→ απαλείφονται τα $f(v_y)\cdot f(v_z)$

$F=f(v_x)f(v_y)f(v_z)$

$$\frac{v_x}{v}\frac{d\ln F}{dv}=\frac{1}{f(v_x)}\frac{df(v_x)}{dv_x}$$

$$\boxed{\frac{v_x}{v}\cdot\frac{d\ln F}{dv}=\frac{d\ln f(v_x)}{dv_x}}$$

Για b≠0 σταθερά

Διότι: Τα δύο μέρη είναι μεταξύ τους ίσα, άρα είναι καθένα από αυτά ίσο με την ίδια αυθαίρε σταθερά

$$\begin{cases}\dfrac{v_x}{v}\dfrac{d\ln F}{dv}=-2b\\[2ex]\dfrac{d\ln f(v_x)}{dv_x}=-2b\end{cases}\Longrightarrow d\ln f(v_x)=-2bdv$$

$$\int_0^{+\infty}\ldots=\int_0^{+\infty}\ldots\Longrightarrow f(v_x)=\text{σταθερά}\cdot e^{-bv_x}$$