Απόστολος Μαστιχιάδης

Αναπληρωτής Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών

ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗ ΥΨΗΛΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ

Σημειώσεις από τις παραδόσεις του μαθήματος κατεύθυνσης κατά το χειμερινό εξάμηνο 2006-2007



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ενώ τα κλασσικά όργανα αστρονομικής παρατήρησης, δηλαδή το ανθρώπινο μάτι στην αρχή και τα οπτικά τηλεσκόπια αργότερα, έδιναν μία εικόνα του Σύμπαντος που βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία, οι πρόσφατες παρατηρήσεις σε όλο το εύρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος φανερώνουν ένα Σύμπαν γεμάτο από καταρρεύσεις αστέρων, ενεργητικά φαινόμενα: εκρήξεις υπερκαινοφανών, δημιουργία δίσκων συσσώρευσης, εκροές σχετικιστικού πλάσματος, εκλάμψεις ακτίνων γ, επιτάχυνση σωματιδίων και παραγωγή ακτίνοβολίας Χ και γ. Τα φαινόμενα αυτά συνδέονται κυρίως με συμπαγή αστροφυσικά αντικείμενα, δηλαδή αστέρες νετρονίων και μελανές οπές στις διάφορες εκφάνσεις τους: pulsars, διπλά συστήματα ακτίνων X, quasars και άλλους πυρήνες ενεργών γαλαξιών. Αν και τα παραπάνω διαφέρουν πολύ μεταξύ τους, ωστόσο σχετίζονται με διαφορους κοινούς μηγανισμούς υψηλών ενεργειών και συνιστούν μία νέα (και πολύ λιγότερο οικεία) εικόνα του Σύμπαντος από αυτή που γνώριζαν οι άνθρωποι μέχρι τα μέσα του εικοστού αιώνα. Αυτή η ανάγκη εξερεύνησης της σχετικιστικής πλευράς του Σύμπαντος δημιούργησε την Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών.

Σκοπός της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών λοιπόν είναι να μελετήσει τα αστροφυσικά αντικείμενα που συνδέονται με τα φαινόμενα υψηλών ενεργειών και να κατανοήσει εκείνους των φυσικούς μηχανισμούς που είναι υπεύθυνοι για τη δημιουργία αυτών των φαινομένων. Οι δυσκολίες ενός τέτοιου εγχειρήματος είναι προφανείς. Οι φυσικοί μηχανισμοί που παρουσιάζουν ενδιαφέρον είναι αδύνατον να προσομοιωθούν στο εργαστήριο -πως θα μπορούσαμε άραγε να πλησιάσουμε σε κάποιο εργαστήριο τις συνθήκες που επικρατούν στην άμεση γειτονιά μιας μελανής οπής ή στο ωστικό κύμα που δημιουργείται κατά την έκρηξη ενός υπερκαινοφανούς; Το ζητούμενο συνεπώς είναι η κατάλληλη επιλογή φυσικών νόμων και η κατασκευή μοντέλων που να προσομοιάζουν τις φυσικές συνθήκες στις πηγές και ταυτόχρονα να μπορούν να εξηγήσουν με κάποια πειστικότητα τις διάφορες παρατηρήσεις. Είναι εντυπωσιακό να αναλογισθεί κανείς, πόσα προβλήματα της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών, όσο ακραία κι αν αυτά φάνηκαν αρχικά, ερμηνεύθηκαν τελικά με βάση γνωστές φυσικές διαδικασίες, χωρίς να χρειασθεί να καταφύγουμε σε διάφορου τύπου εξωτικές λύσεις. (Για παράδειγμα, όταν ανακαλύφθηκαν οι quasars, πολλοί μίλησαν για ανάγκη εισαγωγής `νέας Φυσικής΄ προκειμένου να εξηγηθούν οι πραγματικά περίεργες ιδιότητές τους. Τελικά η πρόσπτωση ύλης σε μελανές οπές, φαινόμενο που παρατηρείται, σε πολύ μικρότερες κλίμακες, ακόμα και στον Γαλαξία μας, έδωσε μία ικανοποιητική απάντηση στο πρόβλημα της τεράστιας έκλυσης ενέργειας που παρατηρείται).

Μία άλλη σημαντική διάσταση του προβλήματος είναι η συγγένεια μερικών τουλάχιστον θεμάτων που απασχολούν την Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών και την Φυσική της Κοσμικής Ακτινοβολίας. Για παράδειγμα, οι παρατηρήσεις σε ακτίνες γ φανέρωνουν την ύπαρξη σχετικιστικών σωματιδίων σε αστροφυσικές πηγές όπως τα κελύφη υπερκαινοφανών, οι pulsars και οι ενεργοί γαλαξίες. Θα μπορούσε λοιπόν τα σωματίδια της κοσμικής ακτινοβολίας τα οποία παρατηρούμε να παράγονται σε κάποιες από αυτές τις πηγές και στη συνέχεια να διαχέονται στον Γαλαξία μας φτάνοντας τελικά στη Γη; Η συνάφεια των παραπάνω τομέων δεν σταματάει όμως

εδώ. Από παρατηρήσεις του δίσκου του Γαλαξία μας στα ραδιοκύματα και στις ακτίνες γ παίρνουμε πληροφορίες για την κοσμική ακτινοβολία στις περιοχές αυτές. Και βέβαια επειδή η κοσμική ακτινοβολία είναι φορτισμένα σωματίδια υψηλών ενεργειών, οι φυσικές αρχές οι οποίες διέπουν την διάδοση και ακτινοβολία τους στο Ηλιακό μας Σύστημα είναι οι ίδιες με τις φυσικές αρχές που διέπουν την διάδοση και ακτινοβολία των αντίστοιχων σωματιδίων στις αστροφυσικές πηγές. Ακόμα και οι αδρονικοί και ηλεκτρομαγνητικοί καταιωνισμοί οι οποίοι δημιουργούνται κατά την είσοδο των σωματιδίων της κοσμικής ακτινοβολίας στην γήινη ατμόσφαιρα μπορεί να είναι ίδιοι με αυτούς που δημιουργούνται (τηρουμένων κάποιων αναλογιών) σε διάφορα αστροφυσικά περιβάλλοντα. Δεν είναι τυχαίο άλλωστε ότι σήμερα ένα μεγάλο μέρος της Φυσικής της Κοσμικής Ακτινοβολίας, της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών και διαφόρων παρατηρησιακών τομέων όπως της Αστροφυσικής Ακτίνων γ και της Αστρονομίας Νετρίνων ενώνονται κάτω από το κοινό όνομα Αστροσωματιδιακή Φυσική.

Η Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών, όπως και πολλοί άλλοι κλάδοι άλλωστε, οφελήθηκε από μια σειρά από επιστημονικά και τεχνολογικά επιτεύγματα. Αυτά είναι:

- Οι διαρκως βελτιούμενες τεχνικές παρατηρήσεων. Για παράδειγμα, ο ουρανός των ακτίνων Χ περιείχε περί τις δέκα πηγές στο τέλος της δεκαετίας του 1960.
 Σήμερα περιέχει πολλές δεκάδες χιλιάδες πηγές με ό,τι αυτό συνεπάγεται (καλή στατιστική και ταξινόμηση πηγών, αξιολόγηση, κλπ). Επίσης ο συνδυασμός παρατηρήσεων που έχουμε για συγκεκριμένες πηγές σε πολλές περιοχές του Η/Μ φάσματος βοήθησε πολύ στο να έχουμε μία καλύτερη εικόνα αυτών των πηγών.
- 2. Η συμβολή της θεωρητικής φυσικής. Σχεδόν κάθε σημαντική εξέλιξη της Φυσικής είχε τον αντίστοιχο αντίκτυπο όχι μόνο στην Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών αλλά στην Αστροφυσική γενικότερα. Κλασσικό βέβαια παράδειγμα αποτελεί η εφαρμογή των πυρηνικών καύσεων στα κέντρα των αστέρων. Πιο πρόσφατα παραδείγματα αποτελούν η εφαρμογή της υπεραγωγιμότητας και υπερρευστότητας στους αστέρες νετρονίων, ο ρόλος των νετρίνων κατά την έκρηξη των υπερκαινοφανών και η εφαρμογή των μηχανισμών ακτινοβολίας σε πηγές που παρουσιάζουν μη θερμικά φάσματα.
- 3. Ο ρόλος των ηλεκτρονικών υπολογιστών για την κατασκευή λεπτομερών μοντέλων προσομοίωσης και αναπαραγωγής των παρατηρησιακών δεδομένων. Με την διαρκως αυξανόμενη δύναμη των σύγχρονων υπολογιστών είναι δυνατή η κατασκευή μοντέλων τα οποια να παίρνουν υπόψη πολλές παραμέτρους του προβλήματος. Λεπτομερεις συγκρίσεις των αποτελεσμάτων με τις παρατηρήσεις οδηγούν σε βελτιώσεις ή και απορρίψεις των προτεινόμενων μοντέλων.

Ερευνητικά η Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών αντιμετωπίζει σήμερα ένα πλήθος ερωτημάτων που ζητούν πιεστικά απάντηση. Γενικά αυτά σχετίζονται με την φύση των Κοσμικών Επιταχυντών και τους Μηχανισμούς Ακτινοβολίας. Εξειδικεύοντας θα λέγαμε ότι μερικά από τα προβλήματα αυτά είναι

- Ακτινοβολία από αστέρες νετρονίων και μελανές οπές Ρόλος του δίσκου συσσώρευσης.
- Μαγνητόσφαιρες των pulsars: Επιτάχυνση και ακτινοβολία σε παρουσία ισχυρών μαγνητικών πεδίων.
- Επιτάχυνση σωματιδίων σε κελύφη υπερκαινοφανών.
- Δημιουργία πιδάκων από Ενεργούς Γαλαξίες. Σχέση του φαινομένου με μελανές οπές και φυσικές αναλογίες με τους μικρο-quasars που παρατηρήθηκαν πρόσφατα στον Γαλαξία μας.

- Προέλευση του υπόβαθρου ακτινοβολίας X και γ.
- Φύση του φαινομένου των εκλάμψεων ακτίνων γ.
- Φύση των πηγών κοσμικής ακτινοβολίας (ενέργειες > 10^{20} eV).

Το πρόβλημα της επιτάχυνσης σωματιδίων που εμφανίζεται σε ένα πλήθος περιπτώσεων είναι τόσο καίριο ώστε να το περιλάβει το Ινστιτούτο Φυσικής των Ηνωμένων Πολιτειών ως ένα από πιο σημαντικά της τρέχουσας δεκαετίας, όχι μόνο στο χώρο της Αστροφυσικής, αλλά της Φυσικής γενικότερα.

Παρόλο που η Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών καλύπτει ένα μεγάλο αριθμό θεμάτων και εκτείνεται προς διάφορες περιοχές της σύγχρονης Αστροφυσικής, οι ανάγκες του παρόντος μαθήματος μας υποχρεώνουν να περιορίσουμε δραστικά τη θεματολογία και να εστιασθούμε κυρίως στην παρουσίαση των βασικών αρχών του κλάδου, δηλαδή στην παρουσίαση εκείνων των φυσικών διαδικασιών που χρησιμοποιούνται σαν εργαλεία στην κατανόηση των διαφόρων αστροφυσικών φαινομένων υψηλών ενεργειών. Έτσι το μέρος της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών με το οποίο θα ασχοληθούμε εδώ προσπαθεί να απαντήσει στο εξής ερωτήμα: Ποιές, από τις πολλές, φυσικές διαδικασίες ακτινοβολίας που υπάρχουν έχουν σχέση με την παρατηρούμενη ακτινοβολία από πηγές υψηλών ενεργειών και τι μας φανερώνουν για τη φύση των πηγών αυτών; Όπως θα δούμε η απάντηση ποικίλλει κατά περίπτωση όπως επίσης και ο βαθμός αποδοχής της. Ελπίζω ότι η γενική παρουσίαση των φυσικών διαδικασιών και μετά η εφαρμογή σε συγκεκριμένα αστροφυσικά φαινόμενα υψηλών ενεργειών θα βοηθήσει σε μία καλύτερη κατανόηση του αντικειμένου ενός τόσο ενδιαφέροντος όσο και σύγχρονου κλάδου.

2. ΤΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΤΗΣ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗΣ ΥΨΗΛΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ

Η Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών (από εδώ και πέρα θα αναφερόμαστε σε αυτή με το ακρωνύμιο AYE) δημιουργήθηκε σαν ενας ακόμα κλάδος της Αστροφυσικής μετά από ορισμένες παρατηρήσεις που έδειξαν ότι στον Γαλαξία μας, αλλά και έξω από αυτόν, υπάρχουν πηγές και φαινόμενα που φανερώνουν την ύπαρξη σωματίων και φωτονίων υψηλών ενεργειών. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούμε σε αυτές τις γεννεσιουργές αιτίες. Στο πρώτο μέρος θα αναπτύξουμε τα κυριότερα χαρακτηριστικά της κοσμικής ακτινοβολίας. Στο δεύτερο μέρος θα αναφερθούμε σε εκείνες τις παρατηρήσεις που φανέρωσαν την ύπαρξη σωματιδίων υψηλών ενεργειών σε αστροφυσικά περιβάλλοντα. Επίσης θα επιχειρήσουμε μία ταξινόμηση των πηγών με βάση την συχνότητα στην οποία αυτές πρωτοπαρατηρήθηκαν.

2.1. ΚΟΣΜΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

Η Κοσμική Ακτινοβολία αποτελείται από ιονισμένους πυρήνες (πρωτόνια, σωμάτια άλφα, αλλά και βαρύτερους πυρήνες) οι οποίοι εισέρχονται στην ατμόσφαιρα της Γης με ρυθμό 1000 περίπου σωματίων/m²/sec. Η πλειοψηφία αυτών των πυρήνων έχουν σχετικιστικές ενέργειες, με ένα πολύ μικρό μέρος τους να φτάνει μέχρι ενέργειες 3.10²⁰ eV (~50 J) που είναι και οι πιο υψηλές ενέργειες που έχουν ποτέ παρατηρηθεί. Τα σωμάτια της Κοσμικής Ακτινοβολίας, τουλάχιστον μέχρι κάποια ενέργεια, εισέρχονται ισοτροπικά στην ατμόσφαιρα της Γης, η Γη δηλαδή μοιάζει να είναι εμβαπτισμένη σε μία `θάλασσα' από σχετικιστικά σωμάτια. Παρόλο που η κοσμική ακτινοβολία είναι γνωστή από τις αρχές του 20ου αιώνα, η προέλευση της εξακολουθεί να είναι άγνωστη. Σήμερα υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις (αλλά όχι ακόμα αποδείξεις) ότι ένα μεγάλο μέρος της είναι Γαλαξιακής προέλευσης, ενώ τα σωματίδια πολύ υψηλών ενεργειών προφανώς προέρχονται από εξωγαλαξιακές πηγές.

2.1.1. Σύσταση στοιχείων

Το Σχήμα 2.1 παρουσιάζει την σύσταση των στοιχείων στην Κοσμική Ακτινοβολία και, για σύγκριση, την αντίστοιχη σύσταση στο Ηλιακό μας Σύστημα. Γενικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι δύο αυτές κατανομές παρουσιάζουν ομοιότητες (π.χ. οι πυρήνες Υδρογόνου αποτελούν σαφώς την πλειοψηφία και στις δύο περιπτώσεις), ωστόσο υπάρχουν και δύο βασικές διαφορές:

Καταρχάς οι πυρήνες με ατομικό αριθμό Z>1 έχουν μεγαλύτερη αναλογία στην κοσμική ακτινοβολία από ότι στο Ηλιακό Σύστημα. Οι λόγοι που συμβαίνει αυτό δεν έχουν κατανοηθεί ακόμα. Θα μπορούσε, για παράδειγμα, ο μηχανισμός που επιταχύνει τα σωμάτια της κοσμικής ακτινοβολίας να δείχνει μία επιλεκτικότητα στους βαρύτερους πυρήνες ή ίσως πάλι η διαφορά αυτή να αντανακλά μία διαφορά στη σύσταση μεταξύ των (άγνωστων) πηγών της κοσμικής ακτινοβολίας και του Ηλιακού μας Συστήματος.



Σχήμα 2.1: Η σύσταση των στοιχείων της Κοσμικής Ακτινοβολίας (από He έως Niμαύροι κύκλοι) όπως αυτή συγκρίνεται με την αντίστοιχη σύσταση του Ηλιακού μας συστήματος (ρόμβοι).

Η αιτία της άλλης διαφοράς έχει πλέον κατανοηθεί και αποτελεί πολύτιμο διαγνωστικό εργαλείο για την διάδοση της κοσμικής ακτινοβολίας. Δύο ομάδες στοιχείων (Li, Be, B από τη μία και Sc, Ti, V, Cr, Mn από την άλλη) έχουν περιεκτικότητες που είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες στην κοσμική ακτινοβολία από ότι στο Ηλιακό Σύστημα. Αυτά τα στοιχεία δεν ευνοούνται από την αστρική πυρηνοσύνθεση (σε αντίθεση με το Ήλιο, τον Άνθρακα ή το Οξυγόνο) και υπάρχουν σε ελάχιστες ποσότητες στα άστρα και κατά συνέπεια και στο Ηλιακό μας Σύστημα. Ωστόσο αυτά τα στοιχεία απαντώνται στην κοσμική ακτινοβολία σε πολύ μεγαλύτερες ποσότητες επειδή δημιουργούνται από πυρηνικές αντιδράσεις θραύσεως των άφθονων πυρήνων Άνθρακα και Οξυγόνου (C, O→Li, Be, B) και Σιδήρου (Fe → Sc, Τi, κλπ) καθώς αυτοί διαχέονται μεσα στον Γαλαξία μας. Επειδή γνωρίζουμε την ενεργό διατομή για τις παραπάνω αντιδράσεις, μπορούμε να προσδιορίσουμε το ποσό του μεσοαστρικού υλικού το οποίο οι πυρήνες πρέπει να έχουν διασχίσει (από την στιγμή της επιτάχυνσής τους έως τη στιγμή της παρατήρησής τους) για να δημιουργήσουν την μετρούμενη ποσότητα των θυγατρικών πυρήνων¹. Ο υπολογισμός αυτός είναι ιδιαίτερα απλός και φανερώνει ότι οι πυρήνες σιδήρου της κοσμικής ακτινοβολίας πρέπει να εχουν διασχίσει περί τα 1000 kpc μέσα στο Γαλαξία μας. Δοσμένου ότι ο Γαλαξίας μας έχει ακτίνα της τάξης των 10 kpc και πάχος μόλις 0.5 kpc, η ανωτέρω διαπίστωση σημαίνει ότι οι πυρήνες της κοσμικής ακτινοβολίας δεν

¹ Οι πυρηνικές αντιδράσεις θραύσης δεν είναι οι μόνες αντιδράσεις που τα σωμάτια της κοσμικής ακτινοβολίας προκαλούν διασχίζοντας το μεσοαστρικό υλικό. Άλλα δευτερογενή προϊόντα, όπως νετρίνα, φωτόνια, αντιπρωτόνια, κλπ επίσης παράγονται.

κινούνται σε ευθύγραμμες τροχιές από τις όποιες πηγές τους αλλά αντίθετα διαχέονται, εκτελούν δηλαδή ένα είδος τυχαίων κινήσεων παγιδευμένοι στην άλω και τον δίσκο του Γαλαξία. Η παγίδευση της κοσμικής ακτινοβολίας προέρχεται από το γεγονός ότι τα φορτισμένα σωματίδια στροβιλίζονται κατά μήκος των δυναμικών γραμμών των άμορφου μαγνητικού πεδίου του Γαλαξία μας ενώ ταυτόχρονα η γυροακτίνα τους είναι, μέχρι μεγάλες τιμές της ενέργειας, μικρότερη των διαστάσεων αυτού.

2.1.2. Ενεργειακή κατανομή και ενεργειακή πυκνότητα της κοσμικής ακτινοβολίας

Η ενεργειακή κατανομή των διαφόρων πυρήνων που απαρτίζουν την κοσμική ακτινοβολία είναι νόμος δύναμης της μορφής $\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha}$ όπου dN/dE είναι η ροή σωματιδίων όπως αυτή μετράται στη Γη (μονάδες: αριθμός σωματίων ανά μονάδα επιφανείας ανά μονάδα χρόνου ανά μονάδα ενέργειας). Όπως ίσως φαίνεται και από το Σχήμα 2.2 η τιμή του δείκτη α παίρνει τις τιμές

- $\Gamma \iota \alpha \ E < 10^{15} \, \text{eV} \rightarrow a \approx 2.7$
- $\Gamma \iota \alpha \ E > 10^{15} \text{ eV} \rightarrow a \approx 3$



Σχήμα 2.2: Ο βαθμός ανισοτροπίας (αριστερός άζονας τεταγμένων) και η διαφορική κατανομή (δεξιός άζονας) της Κοσμικής Ακτινοβολίας ως συνάρτηση της ενέργειας.

Η ενεργειακή πυκνότητα της κοσμικής ακτινοβολίας στον Γαλαξία μας υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα

$$\varepsilon_{\rm KA} = 4\pi \int dE \, \frac{E}{\upsilon} \frac{dN}{dE}$$

το οποίο γράφεται και

$$\varepsilon_{\rm KA} = 4\pi \int d\ln E \, \frac{E^2}{\beta c} \frac{dN}{dE} \tag{2.1}$$

(γιατί;). Η γραφική παράσταση της ποσότητας $E^2 \frac{dN}{dE}$ σε λογαριθμική κλίμακα είναι ανάλογη του ολοκληρώματος και φανερώνει σε ποιά περιοχή της ενέργειας E παρουσιάζεται το μέγιστο της συνεισφοράς στο ολοκλήρωμα (2.1).



Σχήμα 2.3: Κατανομή της ενεργειακής πυκνότητας της κοσμικής ακτινοβολίας ως συνάρτηση της ενέργειάς της Ε

Μία δυσκολία στον υπολογισμό του παραπάνω ολοκληρώματος προέρχεται από το γεγονός ότι αυτό κυριαρχείται από το κάτω όριο (γιατί;) και τούτο δεν μπορούμε να το μετρήσουμε με κάποια αξιοπιστία εξαιτίας της Ηλιακής διαμόρφωσης. Ο ηλιακός άνεμος εκδιώκει τα χαμηλής ενέργειας σωματίδια της κοσμικής ακτινοβολίας από την ηλιόσφαιρα. Η ένταση του ηλιακού ανέμου ακολουθεί τον ενδεκαετή κύκλο και, κατά συνέπεια, η μετρούμενη ροή της κοσμικής ακτινοβολίας διαμορφώνεται με αυτή. Στο μέγιστο του κύκλου όπου η ένταση του ηλιακού ανέμου είναι επίσης μέγιστη, η ροή της κοσμικής ακτινοβολίας είναι ελάχιστη και αντίθετα. Επειδή σε αυτές τις περιπτώσεις η ροή της κοσμικής ακτινοβολίας σχετικά χαμηλών ενεργειών (έως GeV) μπορεί να συμπιεσθεί και κατά μία τάξη μεγέθους, αυτό δημιουργεί προβλήματα στον ακριβή υπολογισμό του φάσματος της και φυσικά και στην ενεργειακή της πυκνότητα. Πρόσφατοι υπολογισμοί οι οποίοι προσπαθούν να αντιμετωπίσουν την παραπάνω δυσκολία με διάφορους τρόπους δίνουν τιμή για τα πρωτόνια 0.83 $eV.cm^{-3}$ ενώ για τα βαρύτερα σωμάτια (κυρίως πυρήνες Ηλίου) είναι 0.27 eV.cm⁻³. Είναι χρήσιμο να συγκρίνουμε τις τιμές αυτές με την ενεργεαική πυκνότητα του Γαλαξιακού μαγνητικού πεδίου (B~3 μGauss) που είναι 0.25 $eV.cm^{-3}$.

2.2. ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Όπως είναι γνωστό το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα μπορεί να αναλυθεί σε ένα υποσύνολο περιοχών ανάλογα με την συχνότητα v ή το μήκος κύματος λ της ακτινοβολίας. Τα δύο αυτά μεγέθη συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση $\lambda v=c$ με c την ταχύτητα του φωτός στο κενό. Η ενέργεια των φωτονίων δίνεται από τη σχέση E = hv με h τη σταθερά του Planck ($h = 6.625 \times 10^{-27} erg.s$). Επίσης μπορούμε να δώσουμε μία θερμοκρασία στα φωτόνια που έχουν ενέργεια E από τη σχέση E=kT με k τη σταθερά του Boltzmann ($k = 1.38 \times 10^{-16} erg.K^{-1}$).

Το Σχήμα 2.4α παρουσιάζει το διάγραμμα της θερμοκρασίας ενός μελανού σώματος ως συνάρτηση της συχνότητας (ή του μήκους κύματος) στην οποία η μέγιστη ισχύς της ακτινοβολίας εκπέμπεται. Το οπτικό μέρος καταλαμβάνει μία στενή περιοχή που αντιστοιχεί περίπου σε θερμοκρασίες 3000-10000 K. Απο εδώ γίνεται αντιληπτός ο λόγος για τον οποίο ο μέσος άνθρωπος έχει την εντύπωση ότι το Σύμπαν αποτελείται μόνον από άστρα. Η πλειοψηφία τους έχουν θερμοκρασίες από 3000 K έως 10000 K και συνεπώς εκπέμπουν την μέγιστη ισχύ της ακτινοβολίας τους στα μήκη κύματος στα οποία είναι ευαίσθητο το ανθρώπινο μάτι.

Το Σχήμα 2.4β παρουσιάζει την διαφάνεια της ατμόσφαιρας ως συνάρτηση του μήκους κύματος και δείχνει σε ποιό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης ένα τηλεσκόπιο πρέπει να τοποθετηθεί ώστε να μπορέσει να παρατηρήσει αστρονομικά αντικείμενα που εκπέμπουν σε αυτή την περιοχή του Η/Μ φάσματος. Όπως μπορεί να διαπιστώσει κανείς μόνο στα ραδιοκύματα και στο οπτικό η ατμόσφαιρα επιτρέπει παρατηρήσεις απευθείας από την επιφάνεια της Γης. Για όλα τα άλλα μήκη κύματος απαιτείται η τοποθέτηση τηλεσκοπίων σε τροχιά γύρω από τη Γη, εγχείρημα



Σχήμα 2.4: (a) Οι περιοχές του Η/Μ φάσματος και η χαρακτηριστική θερμοκρασία τους. (β) Η αδιαφάνεια της ατμόσφαιρας ως συνάρτηση της συχνότητας της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

που παρουσιάζει πολλά προβλήματα κυρίως τεχνικού και οικονομικού χαρακτήρα.² Στις παρακάτω παραγράφους θα παρουσιάσουμε συνοπτικά τις κυριότερες από τις ανακαλύψεις που επηρέασαν αποφασιστικά την εξέλιξη της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών. Ωστόσο είναι σκόπιμο να προτάξουμε μία παράγραφο για τα μη θερμικά φάσματα.

2.2.1. Μη θερμική εκπομπή

Όπως είναι γνωστό, ο μόνος τρόπος εξαγωγής πληροφοριών για τη φύση αστροφυσικών πηγών είναι η μελέτη του Η/Μ φάσματος που αυτές εκπέμπουν. Τα προς μελέτη συνεχή φάσματα μπορούμε να τα διαφοροποιήσουμε σε θερμικά και σε μη θερμικά.

Θερμικά είναι τα φάσματα εκείνα τα οποία προέρχονται είτε από εκπομπή ακτινοβολίας που βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με την ύλη είτε απο εκπομπή ακτνοβολίας από πλάσμα το οποίο έχει μεν θερμική κατανομή αλλά δεν βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με την εκπεμπόμενη ακτινοβολία. Η πρώτη περίπτωση είναι η γνωστή εκπομπή μελανού σώματος το φάσμα του οποίου περιγράφεται από το νόμο του Planck. Για παράδειγμα, η εκπομπή από την επιφάνεια των αστέρων μπορεί να αποδοθεί με ικανοποιητικό τρόπο στην εκπομπή μελανού σώματος μίας ορισμένης θερμοκρασίας. Η δεύτερη περίπτωση είναι λιγότερο γνωστή και πρόκειται για την θερμική ακτινοβολία πέδης, για την ακτινοβολία δηλαδή αραιού θερμού πλάσματος. Η εκπομπή ακτίνων Χ από σμήνη γαλαξιών αποδίδεται σε αυτό τον μηχανισμό. Αυτό που θα πρέπει να τονισθεί είναι ότι οι θερμικοί μηχανισμοί εκπομπής παρουσιάζουν μία συγκεκριμένη φασματική μορφή. Εάν δηλαδή είχαμε ένα φασματογράφο που να κάλυπτε μεγάλο εύρος συχνοτήτων και καταγράφαμε το φάσμα συγκεκριμένης πηγής θα μπορούσαμε να δηλώσουμε με βεβαιότητα την φύση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας και κατά συνέπεια την κατανομή του εκπέμποντος πλάσματος (με την προϋπόθεση βέβαια ότι έχουμε ιδανική εκπομπή).



Σχήμα 2.5: Οι τρεις πιο συχνά απαντώμενες φασματικές μορφές. Από αριστερά προς δεζιά: Μελανό σώμα, νόμος δύναμης και θερμική ακτινοβολία πέδης.

Μία βασική έννοια που καθορίζει και τη μορφή του εκπεμπόμενου φάσματος είναι αυτή των συγκρούσεων είτε μεταξύ σωματιδίων είτε μεταξύ σωματιδίων-

² Υπάρχει και μία ακόμα περιοχή του H/M φάσματος την οποία μπορούμε να παρατηρήσουμε από την επιφάνεια της Γης. Πρόκειται για ακτίνες γ με ενέργεια πάνω από 500 GeV (log v =26, δηλαδή είναι εκτός διαγράμματος). Οι παρατηρήσεις γίνονται με ανιχνευτές ακτινοβολίας Cherenkov.

φωτονίων. Όταν ο ρυθμός των συγκρούσεων είναι μεγάλος και ο χρόνος εξέλιξης του συστήματος μακρύς, τότε εν γένει το σύστημα έρχεται σε κάποια θερμική ισορροπία καθώς τα σωμάτια που έχουν μεγαλύτερη ενέργεια την μοιράζονται αποτελεσματικά, μέσω των συγκρούσεων, με αυτά που έχουν μικρότερη.

Σε πολλές περιπτώσεις όμως το αστροφυσικό πλάσμα είναι αραιό και οι συγκρούσεις μεταξύ των σωματιδίων που το απαρτίζουν εξαιρετικά σπάνιες³. Σε αυτές τις περιπτώσεις το φάσμα φωτονίων που εκπέμπεται χαρακτηρίζεται ως μη θερμικό και συνήθως έχει τη μορφή νόμου δύναμης, δηλαδή $I_v \sim v^{-\alpha}$ όπου α ο φασματικός δείκτης. Το σχήμα 2.5 δείχνει την φασματική αυτή συνάρτηση και, για σύγκριση, τις δύο θερμικές φασματικές συναρτήσεις, δηλαδή το φάσμα μελανού σώματος και αυτό της θερμικής ακτινοβολίας πέδης.

Σημείωση: Υπάρχουν δύο ισοδύναμοι τρόποι να εκφρασθεί η παρατηρούμενη ροή μίας μη θερμικής πηγής.

1. Με την ολοκληρωμένη ροή $F_v \propto v^{-a}$ όπου αυτή έχει διαστάσεις: προσπίπτουσα ενέργεια/χρόνο/επιφάνεια/συχνότητα. Το α ονομάζεται ενεργειακός φασματικός δείκτης.

2. Με την διαφορικη ροή $F_v \propto v^{-s}$ όπου αυτή έχει διαστάσεις: αριθμός φωτονίων/χρόνο/επιφάνεια/συχνότητα. Το s ονομάζεται αριθμητικός φασματικός δείκτης και προφανώς ισχύει $s=\alpha+1$.

Η ολοκληρωμένη ροή χρησιμοποιείται σε αστρονομίες χαμηλών συχνοτήτων, όπως η ραδιοαστρονομία, ενώ η διαφορική ροή σε αστρονομίες υψηλών συχνοτήτων, όπως η αστρονομία ακτίνων X και γ.

2.2.2. Ραδιοαστρονομία

Η πρώτη από τις νέες αστρονομίες που αναπτύχθηκαν ήταν η ραδιοαστρονομία. Αυτό βέβαια συνέβη γιατί, πριν ξεκινήσει η λεγόμενη διαστημική εποχή στα τέλη της δεκαετίας του 1950, παρατηρήσεις μπορούσαν να γίνουν μόνον από την επιφάνεια της Γης και, όπως είδαμε, μόνο τα ραδιοκύματα δεν απορροφώνται από την ατμόσφαιρα. Παρόλο που ο τομέας ουσιαστικά ξεκίνησε το 1930 με τις παρατηρήσεις του Carl Jansky, οι πρώτες οργανωμένες προσπάθειες δεν ξεκίνησαν παρά μετά τον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο με τις εξελίξεις στα ηλεκτρονικά και στους υπολογιστές. Ραδιοεκπομπή ανακαλύφθηκε από μία πλειάδα αντικειμένων. Σε μερικές περιπτώσεις αυτή η εκπομπή μπορούσε να συνδεθεί αμέσως με φαινόμενα γνωστά από τα οπτικά μήκη κύματος, π.χ. εκπομπή από τον Ήλιο ή εκπομπή από θερμά ηλεκτρόνια σε περιοχές ιονισμένου υδρογόνου. Σε πολλές άλλες περιπτώσεις ωστόσο η σύνδεση αυτή δεν ήταν άμεση και δημιούργησε εύλογα ερωτήματα για το είδος των πηγών και των φυσικών διαδικασιών που συνδέονται με αυτές. Ένα ακόμα ενδιαφέρον παρατηρησιακό δεδομένο, κοινό των νέων πηγών, ήταν ότι η ραδιοεκπομπή δεν είχε θερμική προέλευση παρά μπορούσε να περιγραφεί με νόμο δύναμης. Γρήγορα έγινε αντιληπτό ότι η παρατηρούμενη εκπομπή ήταν ακτινοβολία σύγχροτρον, η ακτινοβολία δηλαδή που εκπέμπουν σχετικιστικά ηλεκτρόνια ευρισκόμενα μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Συνεπώς σε αντίθεση από ότι θα περίμενε κανείς από το Σχήμα 2.4,

³ Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ένα σωμάτιο κοσμικής ακτινοβολίας το οποίο διαχέεται στο δίσκο του Γαλαζία μας για ένα εκατομμύριο χρόνια, έχει περίπου πιθανότητα ένα όγδοο να συγκρουστεί με έναν άλλο πυρήνα του μεσοαστρικού αερίου. Είναι προφανές ότι αυτός ο ρυθμός είναι εζαιρετικά μικρός για να μπορέσει να φέρει την κοσμική ακτινοβολία σε θερμοδυναμική ισορροπία με την μεσοαστρική ύλη.

οι παρατηρήσεις στα ραδιοκύματα μας δίνουν πληροφορίες για πηγές σχετικιστικού πλάσματος, συνεπώς παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της ΑΥΕ.



Σχήμα 2.6: Ο ραδιογαλαζίας 3C175. Διακρίνονται ο πυρήνας (στο κέντρο), οι δύο ραδιολοβοί και ένας πίδακας.

Η σημαντικότερη ανακάλυψη της ραδιοαστρονομίας, τουλάχιστον όσον αφορά το αντικείμενό μας, είναι αναμφισβήτητα οι ραδιογαλαξίες και οι quasars, αντικείμενα που ανήκουν στους Ενεργούς Γαλαξίες. Αυτοί παρουσιάζουν έντονη εκπομπή στα ραδιοκύματα και η μορφολογία τους είναι πολύπλοκη, γιατί εκτός από την κεντρική περιοχή (τον πυρήνα τους) παρουσιάζουν, σε πολλές περιπτώσεις, συμμετρικά τεράστιους λοβούς γεμάτους σχετικιστικό πλάσμα που βρίσκονται εκατοντάδες kiloparsecs από τον κεντρικό γαλαξία. Οι λοβοί τροφοδοτούνται με ενέργεια από τον πυρήνα μέσω πιδάκων, επιμηκών δομών που διατηρούν την κατευθυντικότητα τους σε κλίμακες 1:10⁶ περίπου. Ειδικά οι quasars έχουν τόσο ισχυρή εκπομπή ώστε να μπορούμε να τους ανιχνεύουμε από κοσμολογικές αποστάσεις, από εποχές δηλαδή που το Σύμπαν ήταν αρκετά νεότερο από ότι είναι σήμερα. Οι σχετικές παρατηρήσεις δείχνουν ότι η λαμπρότητα που ακτινοβολείται από τους πυρήνες τους είναι μη θερμική και κατά πολλές χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από την συνολική λαμπρότητα του Γαλαξία μας.

Οι ανακαλύψεις όμως της ραδιοαστρονομίας που αφορούν την ΑΥΕ δεν σταματάν εδώ: Το 1967 οι Bell και Hewish ανακαλύπτουν τους pulsars, την πρώτη απόδειξη για την ύπαρξη των αστέρων νετρονίων, οι οποίοι είναι συμπαγή αστρικά υπολείμματα με ακτίνες 10 km και κεντρικές πυκνότητες οι οποίες υπερβαίνουν την πυρηνική. Επι πλέον οι pulsars είναι ισχυρά μαγνητισμένοι και ταχύτατα περιστρεφόμενοι. Η παρατηρούμενη ραδιοεκπομπή τους προφανώς οφείλεται σε ηλεκτρόνια υψηλών ενεργειών τα οποία επιταχύνονται στις μαγνητόσφαιρες τους. Σήμερα είναι γνωστοί πάνω από 1000 pulsars με μέση περίοδο περί το 1 sec ενώ ο αριθμός τους στον Γαλαξία μας υπολογίζεται πολύ μεγαλύτερος.

Τέλος μία ακόμα ανακάλυψη της ραδιοαστρονομίας αφορά την εκπομπή ακτινοβολίας σύγχροτρον από κελύφη υπερκαινοφανών. Αυτό αποτελεί αδιαμφισβήτητη απόδειξη ότι τα κύματα κρούσης που δημιουργούνται κάτα την έκρηξη των υπερκαινοφανών επιταχύνουν σωματίδια σε υψηλή ενέργεια. Αυτή υπερβαίνει κατά πολλές τάξεις μεγέθους την κινητική ενέργεια που θα είχαν τα σωματίδια εάν απλώς εκινούντο με την ταχύτητα του κύματος.

2.2.3. Αστρονομία Ακτίνων Χ

Η αστρονομία ακτίνων X εξελίχθηκε αργότερα από την ραδιοαστρονομία. Ο λόγος είναι ότι οι ακτίνες X από το Διάστημα δεν φτάνουν στην επιφάνεια της Γης λόγω της φωτοηλεκτρικής απορρόφησης που αυτές υφίστανται από τα άτομα και τα μόρια της γήινης ατμόσφαιρας. Συνεπώς οι αστρονόμοι χρειάστηκε να περιμένουν την δημιουργία ρουκέτων που να είναι ικανές να σηκώσουν ανιχνευτές πάνω από την ατμόσφαιρα και αυτό επιτεύχθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1960. Παρόλο που οι πρώτες αυτές παρατηρήσεις διαρκούσαν μόνο περί τα πέντε λεπτά ήταν αρκετές να δείξουν ότι ο ουρανός είναι γεμάτος από πηγές ακτίνων X.

Η πρώτη αποστολή που έφερε την αστρονομία ακτίνων X στο προσκήνιο ήταν αυτή του δορυφόρου UHURU στη δεκαετία του 1970 ο οποίος και χαρτογράφησε τον ουρανό σε αυτές τις συχνότητες. Την αποστολή του UHURU ακολούθησαν άλλες αποστολές με μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα όπως οι γερμανικοί EXOSAT και ROSAT, οι ιαπωνικοί GINGA και ASCA και οι αμερικάνικοι EINSTEIN και XMM. Όλοι αυτοί οι δορυφόροι έμειναν σε τροχιά από μήνες μέχρι και χρόνια γύρω από τη Γη και μας έδωσαν μία λεπτομερή εικόνα του ουρανού στις ακτίνες X.

Στον Γαλαξία μας παρατηρήθηκαν πηγές που εκπέμπουν παλμούς σταθερής περιόδου και διαπιστώθηκε ότι αυτές προέρχονται από αστέρες νετρονίων που ταυτόχρονα είναι μέλη διπλών αστρικών συστημάτων. Η εξήγηση που δόθηκε και που σήμερα είναι καθολικά αποδεκτή είναι ότι υλικό αποσπάται από τον αστέρα συνοδό και προσπίπτει στον αστέρα νετρονίων. Κατά την πρόσπτωση η βαρυτική δυναμική ενέργεια του υλικού μετατρέπεται σε θερμότητα με αποτέλεσμα αυτό να φτάνει σε θερμοκρασία πολλών εκατομμυρίων βαθμών όταν πλησιάζει την επιφάνεια του αστέρα νετρονίων και φυσικά να ακτινοβολεί στις ακτίνες Χ. Στην περίπτωση των παλλόμενων πηγών ακτίνων Χ οι μάζες των αστέρων οι οποίες υπολογίζονται με δυναμικές μεθόδους είναι σύμφωνες με αυτές που περιμένουμε θεωρητικά για αστέρες νετρονίων. Υπάρχουν ωστόσο μερικές άλλες πηγές ακτίνων Χ οι οποίες δεν παρουσιάζουν καμμία περιοδικότητα στην εκπομπή τους και των οποίων οι μάζες είναι κατά πολύ μεγαλύτερες των αστέρων νετρονίων. Σε αυτή την περίπτωση οι πηγές ακτίνων Χ ίσως είναι μελανές οπές.

Άλλες, εξωγαλαξιακές, πηγές ακτίνων X είναι οι ενεργοί γαλαξίες. Η έντονη εκπομπή (που πολλές φορές φτάνει σε μεγάλα πολλαπλάσια της ισχύος του Γαλαξία μας σε όλες τις συχνότητες) συνοδεύεται από ταχύτατες αυξομειώσεις της έντασης που υποδεικνύει ότι όλη αυτή η ακτινοβολία παράγεται σε μια περιοχή που δεν ξεπερνάει σε διαστάσεις το Ηλιακό μας Σύστημα.

2.2.4. Αστρονομία Ακτίνων γ

Οι ακτίνες γ αποτελούν μία μεγάλη περιοχή του Η/Μ φάσματος. Πράγματι, με τις παρατηρήσεις να ξεκινάν από 30 keV (περιοχή μαλακών ακτίνων γ) και να φτάνουν έως 30 TeV (περιοχή ακτίνων γ πολύ υψηλών ενεργειών), αυτές καλύπτουν 9 τάξεις μεγέθους! Είναι φυσικό λοιπόν η αστρονομία ακτίνων γ να υποδιαιρείται περαιτέρω σε τομείς ανάλογα με την ενέργεια παρατήρησης. Έτσι μπορούμε πλέον να μιλάμε για αστρονομία ακτίνων γ σε

- Χαμηλές ενέργειες 30 keV-1 MeV
- Μεσαίες ενέργειες
 1 MeV-30 MeV
- Υψηλές ενέργειες
 30 MeV-30 GeV

• Πολύ υψηλές ενέργειες 30 GeV-30 TeV

Κάθε μία απο τις παραπάνω περιοχές έχει διαφορετικές τεχνικές παρατήρησης, παρουσιάζει διαφορετικές ευαισθησίες και έχει να επιδείξει διαφορετικές πηγές. Επίσης διάφοροι φυσικοί μηχανισμοί είναι υπεύθυνοι για την παραγωγή των ακτίνων γ. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι για τις χαμηλές ενέργειες αυτοί είναι κυρίως θερμικής φύσεως, ενώ για τις υψηλές ενέργειες είναι μη θερμικής. Οι παρατηρήσεις από 30 keV μέχρι 30 GeV γίνονται από το Διάστημα λόγω της αδιαφάνειας της γήινης ατμόσφαιρας σε αυτές τις ενέργειες. Από 500 GeV έως 30 TeV γίνεται από την επιφάνεια της Γης με ανιχνευτές ακτινοβολίας Cherenkov (Σχήμα 2.8) οι οποίοι ανιχνεύουν την εν λόγω ακτινοβολία που παράγεται κατά την είσοδο πολύ ενεργητικών ακτίνων γ στην ατμόσφαιρα. Τέλος δεν υπάρχουν δεδομένα για την περιοχή από 30 GeV έως 500 GeV καθώς δεν έχει βρεθεί ακόμα κάποια κατάλληλη τεχνική παρατήρησης, αν και αυτό το κενό αναμένεται να κλείσει μέχρι το τέλος της δεκαετίας.



Σχήμα 2.7: Ο δορυφόρος ακτίνων γ COMPTON.

Η μεγάλη ώθηση στην αστρονομία ακτίνων γ δόθηκε κατά την προηγούμενη δεκαετία. Η εκτόξευση του αμερικάνικου δορυφόρου Compton Gamma Ray Observatory (CGRO) το 1991 άλλαξε ριζικά τις γνώσεις μας για το Σύμπαν των ακτίνων γ. Μεταφέροντας συνολικά τέσσερεις ανιχνευτές και καλύπτοντας τις ενέργειες από 30 keV σε 30 GeV ανακάλυψε νέες πηγές ακτίνων γ όπως pulsars, ενεργούς γαλαξίες και εκλάμψεις ακτινοβολίας γάμμα (Gamma Ray Bursts - δες πίνακα 2.1).



Σχήμα 2.8 : Ο ανιχνευτής ακτίνων γ πολύ υψηλών ενεργειών WHIPPLE στην έρημο της Αριζόνα.

Π'	n 1	1
Πινακας	2.	L

Ενέργεια Πηγές		Πηγές
100	keV	Gamma Ray Bursts Ενεργοί Γαλαξίες (Seyferts) Γαλαξιακές Μελανές Οπές
1	MeV	Εξαϋλωση e ⁺ - e ⁻ Πυοηνικές Γοαιμές
10	MeV	Gamma Ray Bursts Μοριακά Νέφη ⁴
100 1	MeV GeV	Κελύφη Υπερκαινοφανών Pulsars Ενεονοί Γαλαξίες (Blazars)
10 100 1 10	GeV GeV TeV TeV	Gamma Ray Bursts ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ Ενεργοί Γαλαξίες (BL Lacs) Νεφέλωμα του Καρκίνου

Τέλος ειδική μνεία πρέπει να γίνει στις εκλάμψεις ακτινοβολίας γάμμα. Ανακαλύφθηκαν εντελώς τυχαία τη δεκαετία του 1960 και από τότε παραμένουν ένα

 $^{^4}$ Η εκπομπή ακτίνων γ από μοριακά νέφη οφείλεται στις αλληλεπιδράσεις της κοσμικής ακτινοβολίας με την ύλη των νεφών.

από τα πιο αινιγματικά φαινόμενα όχι μόνο της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών αλλά ολόκληρης της Αστροφυσικής. Όπως φανερώνει και η ονομασία τους πρόκειται για εκλάμψεις στις ακτίνες γ ενέργειας ~50 keV που εμφανίζονται αιφνίδια σε κάποιο σημείο του ουρανού, διαρκούν, ανάλογα με την περίπτωση, από κλάσματα του δευτερολέπτου έως και μερικά secs και μετά εξαφανίζονται.

Η μικρή διάρκειά τους έκανε πολύ δύσκολο τον εντοπισμό τους και παρόλο που ολόκληρα πειράματα αφιερώθηκαν στην κατανόηση τους, μέχρι πριν λίγα χρόνια ήταν αδύνατος ο προσδιορισμός κάποιας πηγής που να συνδέεται με το φαινόμενο. Τα τελευταία πέντε χρόνια ανακαλύφθηκε ωστόσο ότι αυτά έχουν κοσμολογική προέλευση, αποτελούν τα πιο ενεργητικά φαινόμενα στο Σύμπαν και συνδέονται με κάποια διεργασία στις σπείρες γαλαξιών. Πιθανό μοντέλο για τη δημιουργία των εκλάμψεων αποτελούν συγκρούσεις αστέρων νετρονίων με άλλους αστέρες νετρονίων ή μελανές οπές.



Σχήμα 2.9: Η χρονική συμπεριφορά μίας έκλαμψης ακτινοβολίας γάμμα.



Σχήμα 2.10: Κατανομή των 2000+ καταγεγραμμένων εκλάμψεων ακτινοβολίας γάμμα σε γαλαζιακές συντεταγμένες. Η ισοτροπική κατανομή τους υποδεικνύει ότι τα φαινόμενα αυτά έχουν κοσμολογική προέλευση.

3. ΟΙ ΦΥΣΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΤΗΣ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗΣ ΥΨΗΛΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ

Οι φυσικές διαδικασίες εκπομπής, απορρόφησης και σκεδασμού ακτινοβολίας που βρίσκουν εφαρμογές στην Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών είναι πολλές και ποικίλες. Επίσης συναντάμε διαδικασίες γέννησης και εξαϋλωσης σωματιδίων. Παρακάτω αναφέρουμε συνοπτικά τις σημαντικότερες.

3.1. $\Phi\Omega$ TONIA

3.1.1. Αλληλεπίδραση φωτονίων με ύλη

Εδώ διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις ανάλογα με την ενέργεια του φωτονίου και τον βαθμό ιονισμού της ύλης:

- α. Φωτοηλεκτρική απορρόφηση
- β. Σκεδασμός Compton
- γ. Παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου



Σχήμα 3.1: Ο συντελεστής απορρόφησης των τριών φυσικών διαδικασιών κατά την αλληλεπίδραση φωτονίων με ύλη (στην προκειμένη περίπτωση με μόλυβδο). Για χαμηλές ενέργειες η πιο σημαντική διαδικασία είναι η φωτοαπορρόφηση, για ενδιάμεσες ενέργειες επικρατεί ο σκεδασμός Compton ενώ, τέλος, για υψηλές ενέργειες η παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων.

Και οι τρεις αυτές διαδικασίες συναντώνται συχνά στην Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών. Για παράδειγμα, τα φάσματα των ενεργών γαλαξιών παρουσιάζουν φωτοαπορρόφηση στις μαλακές ακτίνες Χ. Ο σκεδασμός Compton βρίσκει ποικίλες εφαρμογές σε ένα πλήθος αστροφυσικών πηγών, όπως εσωτερικά των αστέρων, υπερκαινοφανείς και δίσκους προσαύξησης. Η παραγωγή ζευγών ηλεκτρονίωνποζιτρονίων από συγκρούσεις ενεργητικών φωτονίων με ηλεκτρόνια και πυρήνες βρίσκει εφαρμογή π.χ. όταν ακτίνες γ υψηλών ενεργειών εισέρχονται στην ατμόσφαιρα της Γης.

3.1.2. Αλληλεπίδραση φωτονίων υψηλών ενεργειών με φωτόνια $(\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-)$:

Όταν η ενέργεια της σύγκρουσης στο κέντρο ορμής των δύο φωτονίων υπερβαίνει τα $2m_ec^2$, τότε είναι δυνατόν να παραχθεί ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Η διαδικασία αυτή δρα και ως μηχανισμός απορρόφησης ακτινοβολίας γ υψηλών ενεργειών. Για παράδειγμα, όπως θα δείξουμε διεξοδικά παρακάτω, φωτόνια με ενέργεια $\varepsilon > 100$ TeV απορροφώνται από τη μικροκυματική ακτινοβολία υπόβαθρου καθ'οδόν προς τη Γη.

3.1.3. Αλληλεπίδραση φωτονίων υψηλών ενεργειών με μαγνητικά πεδία: $(\gamma B \rightarrow Be^+e^-)$

Πρόκειται για τη διαδικασία κατά την οποία φωτόνια υψηλών ενεργειών παράγουν ζεύγη ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων καθώς διασχίζουν μαγνητικές δυναμικές γραμμές. Η διαδικασία έχει προς το παρόν προταθεί σε προβλήματα διάδοσης ακτινοβολίας στις μαγνητόσφαιρες των pulsars καθώς για να ισχύσουν τα κριτήρια εφαρμογής της απαιτείται η παρουσία πολύ ισχυρών μαγνητικών πεδίων.

3.2. ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΑ

3.2.1. Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων υψηλών ενεργειών με φωτόνια:

Είναι φανερό ότι οι αλληλεπιδράσεις ηλεκτρονίων υψηλών ενεργειών με φωτόνια ανάγονται στις αλληλεπιδράσεις φωτονίων με στατικά ηλεκτρόνια που εξετάσαμε στην 3.1.1—είναι απλά θέμα εκλογής κατάλληλου συστήματος αναφοράς. Συνεπώς έχουμε:

α. Αντίστροφος σκεδασμός Compton ($\gamma e \rightarrow \gamma e$)

β. Παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου $(\gamma e \rightarrow ee^+e^-)$

Από τις δύο κυριότερη φυσική διαδικασία είναι ο αντίστροφος σκεδασμός Compton. Κατά την φυσική αυτή διαδικασία τα ηλεκτρόνια χάνουν ενέργεια που την κερδίζουν τα φωτόνια τα οποία και σκεδάζονται σε υψηλές ενέργειες. Ο μηχανισμός θεωρείται υπεύθυνος για τη δημιουργία φασμάτων εκπομπής υψηλών ενεργειών όπως π.χ. για την παρατηρούμενη ακτινοβολία γ από πίδακες ενεργών γαλαξιών, για την παραγωγή της διάχυτης ακτινοβολίας γ από το δίσκο του Γαλαξία μας κλπ. Λόγω της μεγάλης σπουδαιότητας του για την Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών θα αναφερθούμε διεξοδικά σε αυτόν σε επόμενο κεφάλαιο.

3.2.2. Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων υψηλών ενεργειών με μαγνητικά πεδία.

Πρόκειται για τον μηχανισμό ακτινοβολίας σύγχροτρον. Η ραδιοεκπομπή από το δίσκο του γαλαξία μας, από τα κελύφη των υπερκαινοφανών, από τους πυρήνες, πίδακες και ραδιολοβούς των ενεργών γαλαξιών αποδίδεται σε αυτόν. Θα τον εξετάσουμε στο κεφάλαιο 6.

3.2.3. Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίων υψηλών ενεργειών με ύλη. Ανάλογα με την ενέργεια του ηλεκτρονίου διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

α. Απώλειες ιονισμού: Τα ηλεκτρόνια υψηλών ενεργειών που κινούνται μέσα σε μη ιονισμένη ύλη χάνουν ενέργεια ιονίζοντας άτομα. Αυτή η φυσική διδικασία χρησιμοποιείται σε ανιχνευτές, ωστόσο η εφαρμογή της σε κοσμικές πηγές φαίνεται να είναι περιορισμένη.

β. Ακτινοβολία πέδης: Πιο διαδεδομένη είναι η ακτινοβολία πέδης (bremsstrahlung) καθώς την συναντάμε ακόμα και στο εσωτερικό των αστέρων. Πρόκειται για την ακτινοβολία που δημιουργείται από τον σκεδασμό Coulomb φορτισμένων σωματιδίων (πχ. ηλεκτρόνια-πρωτόνια).

γ. Εξαϋλωση ποζιτρονίων: Ποζιτρόνια εξαϋλώνονται με ηλεκτρόνια και ανάλογα με την ενέργεια που έχουν κατά τη στιγμή αυτή δημιουργούνται είτε φωτόνια στην χαρακτηριστική ενέργεια των 511 keV είτε φωτόνια συνεχούς φάσματος ακτίνων γ. Η γραμμή εκπομπής στα 511 keV έχει παρατηρηθεί από τις κεντρικές περιοχές του Γαλαξία μας και αποδίδεται σε εξαϋλώσεις ποζιτρονίων που έχουν δημιουργηθεί από εκρήξεις υπερκαινοφανών εκεί.

3.3. ΠΡΩΤΟΝΙΑ

Τα πρωτόνια είναι από τη μία σωμάτια με ηλεκτρικό φορτίο και συνεπώς υπόκεινται σε ανάλογους με τα ηλεκτρόνια φυσικούς μηχανισμούς, είναι όμως και αδρόνια και υπόκεινται σε μια σειρά αδρονικών αλληλεπιδράσεων. Εδώ παρουσιάζουμε τις κυριότερες, από πλευράς αστροφυσικών εφαρμογών, από αυτές:

3.3.1. Αλληλεπίδραση πρωτονίων υψηλών ενεργειών με ύλη:

Όταν η κινητική ενέργεια του πρωτονίου υψηλών ενεργειών είναι μεγαλύτερη της μάζας ηρεμίας του πιονίου, τότε μία σύγκρουση πρωτονίου-πρωτονίου δημιουργεί πιόνια τα οποία διασπώνται ανάλογα του είδους τους σε φωτόνια ή σε μιόνια και νετρίνα, σύμφωνα με τις αντιδράσεις

και

$$\pi^{+} \rightarrow \mu^{+} + \nu_{\mu}$$
$$\pi^{-} \rightarrow \mu^{-} + \overline{\nu}_{\mu}.$$

 $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$

Τα ουδέτερα πιόνια έχουν ένα πολύ σύντομο μέσο χρόνο ζωής $(1.8 \times 10^{-16} \text{ sec})$ πριν διασπασθούν σε δύο φωτόνια που ουσιαστικά είναι ακτίνες γ (γιατί;), ενώ τα φορτισμένα πιόνια έχουν μέσο χρόνο ζωής 2.6×10^{-8} sec πριν διασπασθούν σε μιόνια. Τα μιόνια δεν υπόκεινται σε αλληλεπιδράσεις και χάνουν ενέργεια μόνον από ιονισμό. Τέλος τα μιόνια χαμηλής ενέργειας διασπώνται μετά από 2.2×10^{-6} sec σε ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια και νετρίνα

$$\mu^{+} \rightarrow e^{+} + v_{e} + \overline{v}_{\mu}$$
$$\mu^{-} \rightarrow e^{-} + \overline{v}_{e} + v_{\mu}$$

Όλες οι παραπάνω αλληλεπιδράσεις, διασπάσεις κλπ λαμβάνουν χώρα κατά την είσοδο ενεργητικών πρωτονίων της Κοσμικής Ακτινοβολίας στην ατμόσφαιρα της Γης.

3.3.2. Αλληλεπίδραση πρωτονίων υψηλών ενεργειών με φωτόνια:

Η αλληλεπίδραση πρωτονίων υψηλών ενεργειών και φωτονίων (ή, αντίστοιχα, ακτίνων γ και ψυχρών πρωτονίων) μπορεί να είναι είτε ηλεκτρομαγνητικής είτε αδρονικής φύσης:

α. Παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου $(p\gamma \rightarrow pe^+e^-)$

β. Παραγωγή πιονίων $(p\gamma \rightarrow N\pi)$

Η διαδικασία (α) είναι αντίστοιχη της 3.2.1β $(e\gamma \rightarrow ee^+e^-)$ και έχει κατώφλι το άθροισμα των μαζών ηρεμίας του ζεύγους. Η διαδικασία (β) έχει άμεση αντιστοιχία με την διαδικασία 3.3.1. Έτσι όταν η ενέργεια του φωτονίου στο σύστημα ηρεμίας του πρωτονίου υπερβαίνει τη μάζα ηρεμίας των πιονίου, τότε δημιουργούνται πιόνια ενώ τα πρωτόνια χάνουν μέρος της ενέργειάς τους. Η διαδικασία αυτή έχει εφαρμογή στην κοσμική ακτινοβολία πολύ υψηλών ενεργειών.

4. ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΦΩΤΟΝΙΟΥ-ΦΩΤΟΝΙΟΥ

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο η αλληλεπίδραση φωτονίουφωτονίου και η παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου που επακολουθεί αποτελεί μία από τις βασικές διαδικασίες της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών. Παρακάτω δίνουμε, σαν παράδειγμα, μία πληρέστερη ανάλυση αυτής της διαδικασίας ώστε να φανούν οι έννοιες της ενέργειας κατωφλίου, της ενεργού διατομής και του οπτικού βάθους που αποτελούν πολύ σημαντικές έννοιες για το παρόν μάθημα.

Για να βρούμε το ενεργειακό κατώφλι παραγωγής του ζεύγους εργαζόμαστε ως εξής. Έστω $\underline{K}_1 = \left[\frac{hv_1}{c}, \frac{hv_1}{c}\hat{e}_1\right]$ και $\underline{K}_2 = \left[\frac{hv_2}{c}, \frac{hv_2}{c}\hat{e}_2\right]$ τα τετρανύσματα ορμής των φωτονίων πριν από την σύγκρουση. Εάν $\underline{P}_1 = \left[\gamma_1 m_e c, \gamma_1 m_e \bar{v}_1\right]$ και $\underline{P}_2 = \left[\gamma_2 m_e c, \gamma_2 m_e \bar{v}_2\right]$ είναι τα τετρανύσματα ορμής των δύο παραγόμενων σωματίων, τότε από τη διατήρηση των μεγεθών αυτών έχουμε

$$\underline{K}_1 + \underline{K}_2 = \underline{P}_1 + \underline{P}_2. \tag{4.1}$$

Η ελάχιστη ενέργεια με την οποία μπορεί να παραχθεί το ζεύγος είναι όταν $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = 0$ και συνεπώς $\underline{P}_1 = [m_e c, 0]$, $\underline{P}_2 = [m_e c, 0]$. Υψώνουμε στο τετράγωνο και τα δύο μέλη της παραπάνω εξίσωσης και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις $\underline{K}_1 \cdot \underline{K}_1 = \underline{K}_2 \cdot \underline{K}_2 = 0$ και $\underline{P}_1 \cdot \underline{P}_1 = \underline{P}_2 \cdot \underline{P}_2 = \underline{P}_1 \cdot \underline{P}_2 = -m_e^2 c^2$, παίρνουμε

$$\underline{K}_1 \underline{K}_2 = 2m_e^2 c^2$$

η οποία μετά από μερικές πράξεις γράφεται

$$\varepsilon_2 = \frac{2m_e^2 c^4}{\varepsilon_1 (1 - \cos\phi)} \tag{4.2}$$

όπου $\varepsilon_1 = hv_1$ και $\varepsilon_2 = hv_2$ είναι οι ενέργειες των δύο φωτονίων και φ η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις τους.

Άσκηση: Ξεκινώντας από την (4.1) να καταλήξετε στην (4.2).

Η σχέση (4.2) δίνει την ελάχιστη ενέργεια ε_2 που απαιτείται να έχει ένα φωτόνιο ώστε να δημιουργήσει ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου σε σύγκρουση υπό γωνία φ με άλλο φωτόνιο ενέργειας ε_1 . Αυτό είναι και το ενεργειακό κατώφλι της παραπάνω φυσικής διαδικασίας. Η διαδικασία αυτή δεν δρα μόνον ως μηχανισμός παραγωγής ζευγών αλλά και ως μηχανισμός απορρόφησης φωτονίων. Θα μπορούσαμε λοιπόν, ξαναγυρίζοντας προς στιγμή στην Αστροφυσική, να θεωρήσουμε μερικές χαρακτηριστικές ενέργειες μαλακών φωτονίων (ε_1) και με την βοήθεια της σχέσης (4.2) να βρούμε την απαιτούμενη ελάχιστη ενέργεια (ε_2) που πρέπει να έχουν οι ακτίνες γ ώστε να αλληλεπιδράσουν με αυτά. Τα σχετικά αποτελέσματα δίνονται στον πίνακα 4.1 όπου για χάρη απλότητας θεωρήσαμε $\varphi=\pi$ (δηλαδή μετωπικές συγκρούσεις).

Πίνακας 4.1

	$\varepsilon_1(eV)$	$\varepsilon_2(eV)$	
Κοσμικό υπόβαθρο μικροκυμάτων Αστέρες	6×10^{-4}	4×10^{14} 10 ¹¹	
Πηγες ακτίνων Χ	10 ³	3×10^{8}	

Καταρχή παρατηρούμε ότι οι ενέργειες των φωτονίων που θα μπορούσαν να απορροφηθούν βρίσκονται στην περιοχή των ακτίνων γ. Ωστόσο για να είναι η απορρόφηση των ακτίνων γ σημαντική πρέπει να έχουν και μεγάλο οπτικό βάθος. Η έννοια του οπτικού βάθους είναι γνωστή από άλλους τομείς της Αστροφυσικής (πχ. αστρικές ατμόσφαιρες) αλλά και της Φυσικής γενικότερα. Στη γενική περίπτωση ορίζουμε το οπτικό βάθος για απορρόφηση ενός φωτονίου⁵ από κάποια φυσική διαδικασία ανάμεσα σε δύο ακτίνες r₁ και r₂ ως το ολοκλήρωμα

$$\tau = \int_{r_1}^{r_2} dr.\kappa \tag{4.3}$$

όπου κ ο συντελεστής απορρόφησης ο οποίος δίνεται από τη σχέση

$$\kappa = n\sigma \tag{4.4}$$

με *n* την αριθμητική πυκνότητα των απορροφητών και σ την ενεργό διατομή της φυσικής διαδικασίας⁶. Γενικά η πιθανότητα που έχει το φωτόνιο να διασχίσει οπτικό βάθος τ και να μην έχει απορροφηθεί δίνεται από τη σχέση

$$P_{esc} = e^{-\tau} \tag{4.5}$$

ενώ, αντίθετα, η πιθανότητα να έχει αλληλεπιδράσει δίνεται από

$$P_{\rm int} = 1 - P_{esc} = 1 - e^{-\tau} \,. \tag{4.6}$$

Όταν $\tau >> 1$ το μέσο καλείται αδιαφανές, ενώ όταν $\tau << 1$ καλείται διαφανές. Κλείνοντας την σύντομα αυτή παρένθεση αξίζει να ορίσουμε και τη μέση ελεύθερη διαδρομή

$$\bar{l} = \kappa^{-1} = (n\sigma)^{-1}$$
(4.7)

που είναι η μέση απόσταση που διανύει το φωτόνιο μέχρι να αλληλεπιδράσει.

Στην περίπτωση της αλληλεπίδρασης φωτονίου-φωτονίου η ενεργός διατομή υπολογίζεται από την Κβαντοηλεκτροδυναμική και παριστάνεται γραφικά στο Σχήμα 4.1. Παρατηρούμε ότι για τιμές του γινομένου $s = \varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \cos \phi) < 2(m_e c^2)^2$ η ενεργός διατομή $\sigma_{\gamma\gamma}$ είναι μηδέν, σε συμφωνία με τα όσα αναφέραμε για το ενεργειακό κατώφλι της συγκεκριμένης φυσικής αλληλεπίδρασης. Για τιμές του s λίγο πάνω από το ενεργειακό κατώφλι η ενεργός διατομή αυξάνεται απότομα μέχρι μία μέγιστη τιμή $\sigma_{\gamma\gamma}^{max} \approx .25\sigma_T$ και από εκεί και πέρα φθίνει περίπου ως s^{-1} .

⁵ Η έννοια του οπτικού βάθους δεν περιορίζεται μόνο στα φωτόνια, ούτε μόνο σε φυσικές διαδικασίες απορρόφησης. Επεκτείνεται και σε σωματίδια όπως τα νετρόνια, τα νετρίνα κλπ και σε άλλες φυσικές διαδικασίες όπως π.χ. σκεδασμού.

⁶ Ανάλογα της περίπτωσης που εξετάζουμε, η ενεργός διατομή (και κατά συνέπεια το οπτικό βάθος) μπορεί να εξαρτάται από την ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου



Σχήμα 4.1: Γραφική παράσταση της ενεργού διατομής $\sigma_{\gamma\gamma}$ για την φυσική διαδικασία $\gamma\gamma \rightarrow e^-e^+$ (σε μονάδες της ενεργού διατομής Thomson $\sigma_{\rm T} = 6.65 \times 10^{-25} \, {\rm cm}^2$) ως συνάρτηση του γινομένου $\varepsilon_1 \varepsilon_2 (1 - \cos \phi)$ όπου ε_1 και ε_2 είναι οι ενέργειες των δύο αλληλεπιδρώντων φωτονίων εκφρασμένες σε μονάδες της ενέργειας ηρεμίας του ηλεκτρονίου $m_e c^2$ και φ είναι η γωνία που σχηματίζουν οι διευθύνσεις τους.

Το οπτικό βάθος της φυσικής διαδικασίας δίνεται από τις σχέσεις (4.3) και (4.4). Εάν, π.χ. μία ακτίνα γ ενέργειας ε_2 διέσχιζε μία περιοχή διαστάσεων L όπου υπήρχαν φωτόνια με ενέργεια ε_1 , αριθμητική πυκνότητα και όπου όλα κατευθυνόντουσαν προς μία διεύθυνση σχηματίζοντας μία γωνία φ με την ακτίνα γ, τότε το οπτικό βάθος θα δινόταν απλά από τη σχέση

$$\tau_{\gamma\gamma}(\varepsilon_2) = L.n(\varepsilon_1).\sigma_{\gamma\gamma}(s).$$

Ωστόσο στη γενική περίπτωση θέλουμε να εξετάσουμε το οπτικό βάθος για απορρόφηση που έχει μία ακτίνα γ ως προς κάποια κατανομή μαλακών φωτονίων πυκνότητας $n(\varepsilon)d\varepsilon$ (με $\varepsilon_{min} < \varepsilon < \varepsilon_{max}$) τα οποία (συνήθως) είναι ισοτροπικά. Σε αυτή την περίπτωση το οπτικό βάθος γράφεται

$$\tau_{\gamma\gamma}(E_{\gamma}) = \int_{0}^{L} dr \int_{\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} d\varepsilon n(\varepsilon) \int \sigma_{\gamma\gamma}(s) d\Omega$$
(4.8)

όπου θέσαμε $E_{\gamma} \equiv \varepsilon_2$.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η απορρόφηση φωτονίων υψηλών ενεργειών από τα φωτόνια του μικροκυματικού υπόβαθρου. Επειδή αυτά προέρχονται από μελανό σώμα η αριθμητική τους πυκνότητα εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία της ακτινοβολίας και δίνεται από τη γνωστή σχέση

$$n(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{1}{\pi^2 (\hbar c)^3} \frac{\varepsilon^2}{e^{\varepsilon/kT} - 1} d\varepsilon .$$
(4.9)

Σε αυτή την περίπτωση έχει πιο φυσική σημασία να υπολογίσουμε τη μέση ελεύθερη διαδρομή που μας δίνει την απόσταση που έχει διανύσει έως τη Γη κάποιο φωτόνιο



Εικόνα 4.2: Μήκος απορρόφησης ακτίνων γ ενέργειας Ε (σε GeV) από το μικροκυματικό υπόβαθρο.

υψηλών ενεργειών χωρίς να έχει απορροφηθεί από τα φωτόνια του υπόβαθρου. Η Εικόνα 4.2 παριστάνει ακριβώς αυτό ως συνάρτηση της ενέργειας της ακτίνας γ. Παρατηρούμε ότι για ενέργειες $E_{\gamma} \leq 10^5 GeV = 10^{14} eV$ το Σύμπαν είναι διαφανές. Για μεγαλύτερες όμως ενέργειες οι ακτίνες γ απορροφώνται από τα φωτόνια του υπόβαθρου και για ενέργειες $E_{\gamma} \approx 10^{15} \text{ eV}$ η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι της τάξης των 10 kpc που πρακτικά σημαίνει ότι εάν ποτέ παρατηρηθεί μία τέτοια ακτίνα γ αυτή πρέπει να προέρχεται από πηγή του Γαλαξία μας και όχι από κοσμολογικές πηγές (όπως π.χ. οι quasars). Για ακόμα μεγαλύτερες ενέργειες η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι της τάξης των 4.1) αλλά και στη συγκεκριμένη μορφή (4.9) του πεδίου των φωτονίων.

Το παραπάνω αποτελεί ένα μόνο παράδειγμα της απορρόφησης ακτίνων γ από φωτόνια χαμηλότερης ενέργειας. Άλλα παραδείγματα περιλαμβάνουν αστροφυσικές πηγές ακτίνων γ όπως pulsars, ενεργούς γαλαξίες, κλπ. Σε αυτές τις περιπτώσεις εξετάζουμε την πιθανότητα που έχει μία ακτίνα γ να απορροφηθεί μέσα στην ίδια την πηγή από άλλα φωτόνια χαμηλότερης ενέργειας. Τέτοιου είδους υπολογισμοί αποτελούν πολύτιμα διαγνωστικά για τις ιδιότητες των πηγών αυτών.

5. ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΣΚΕΔΑΣΜΟΣ COMPTON

Όπως είναι γνωστό ο Compton ανακάλυψε το 1923 ότι το μήκος κύματος των σκληρών ακτίνων X αυξάνεται όταν αυτές σκεδάζονται από ηλεκτρόνια σε ηρεμία. Αυτό ήρθε σαν μία ακόμη επιβεβαίωση της κβαντικής θεωρίας του Einstein για τον δυϊσμό της φύσης του φωτός. Κατά τον σκεδασμό Compton το εισερχόμενο φωτόνιο συγκρούεται με το στατικό ηλεκτρόνιο και του μεταφέρει μέρος της ενέργειας και της ορμής του. Επειδή και τα δύο αυτά μεγέθη εξαρτώνται από την συχνότητα της ακτινοβολίας, η απώλεια ενέργειας του φωτονίου αντιστοιχεί στη μετρούμενη αύξηση του μήκους κύματός του. Μεγάλο ενδιαφέρον για την Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών παρουσιάζει η περίπτωση όπου σχετικιστικά ηλεκτρόνια σκεδάζουν φωτόνια χαμηλής ενέργειας σε υψηλές ενέργειες. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται αυτίστροφος σκεδασμός Compton γιατί σε αυτή την περίπτωση είναι τα ηλεκτρόνια που χάνουν ενέργεια αντί για τα φωτόνια.

Θα ξεκινήσουμε το κεφάλαιο με σύντομες αναφορές στο κλασσικό φαινόμενο Thomson και στον σκεδασμό Compton. Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε τη θεωρία του αντίστροφου σκεδασμού Compton και θα δώσουμε μερικές αστροφυσικές εφαρμογές.

5.1. ΣΚΕΔΑΣΜΟΣ THOMSON

Όπως είναι γνωστό από τον Ηλεκτρομαγνητισμό τα φορτία που επιταχύνονται ακτινοβολούν. Αυτή η αρχή είναι η βάση της θεωρίας των διάφορων ακτινοβολιών. Η ισχύς της ακτινοβολίας που παράγεται δίνεται από τη σχέση του Larmor

$$P = \frac{2q^2 \left| \ddot{\vec{r}} \right|^2}{3c^3} = \frac{2 \left| \ddot{\vec{d}} \right|^2}{3c^3}$$
(5.1)

όπου q το φορτίο, $|\vec{r}|$ το μέτρο της επιτάχυνσής του στο στιγμιαίο σύστημα ηρεμίας του φορτίου και c η ταχύτητα του φωτός. Η παραπάνω σχέση εκφράζεται ακόμη και ως συνάρτηση της διπολικής ροπής $\vec{d} = q\vec{r}$.

Η γωνιακή κατανομή της ακτινοβολίας ακολουθεί την κατανομή δίπολου και δίνεται από τη σχέση

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 \left|\vec{r}\right|^2}{4\pi c^3} \sin^2 \Theta$$
(5.2)

όπου Θ η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της επιτάχυνσης και της διεύθυνσης της ακτινοβολίας μετά τον σκεδασμό. Όπως παρατηρούμε δεν εκπέμπεται καθόλου ακτινοβολία κατά την διεύθυνση της επιτάχυνσης, ενώ η μεγίστη εκπομπή επιτυγχάνεται κάθετα σε αυτή την διεύθυνση (Σχήμα 5.1).

Σημείωση: Η σχέση (5.1) προκύπτει κατευθείαν από την (5.2) εάν ολοκληρώσουμε αυτή την τελευταία ως προς στερεά γωνία, δηλ.

$$P = \int \frac{dP}{d\Omega} d\Omega = \frac{q^2 \left| \ddot{r} \right|^2}{4\pi c^3} \int \sin^2 \Theta d\Omega$$

Άσκηση: Να ολοκληρώσετε την παραπάνω παράσταση και να καταλήξετε στη σχέση (5.1). (Υπενθύμιση: Όπως είναι γνωστό $d\Omega = \sin \Theta d\Theta d\phi$)



Σχήμα 5.1: Γεωμετρία και εκπομπή ακτινοβολίας διπόλου.

Στην περίπτωση τώρα που ένα γραμμικά πολωμένο ηλεκτρομαγνητικό κύμα χαμηλής συχνότητας ω_0 προσπέσει σε ένα ηλεκτρόνιο σε ηρεμία η δύναμη που του ασκεί είναι

$$\vec{F} = e \,\hat{\in} \, E_0 \sin \omega_0 t \tag{5.3}$$

όπου *e* το φορτίο και $\hat{\epsilon}$ το μοναδιαίο διάνυσμα κατά την διεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} . Από τις (5.1) και (5.3), χρησιμοποιώντας επιπλέον τις σχέσεις $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$ και $<\sin^2 \omega_0 t >= \frac{1}{2}$, παίρνουμε

$$P = \frac{e^4 E_0^2}{3m^2 c^3}$$
(5.4)

ενώ η (5.2) δίνει αντίστοιχα

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^4 E_0^2}{8\pi m^2 c^3} \sin^2 \Theta.$$
(5.5)

Ορίζουμε στη συνέχεια την διαφορική ενεργό διατομή ως

$$\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega} = \frac{\alpha \kappa \tau \iota v o \beta o \lambda o \acute{\upsilon} \mu \varepsilon v \eta \cdot \iota \sigma \chi \acute{\upsilon} \varsigma \cdot \alpha v \acute{\alpha} \cdot \mu o v \acute{\alpha} \delta \alpha \cdot \sigma \tau \varepsilon \rho \varepsilon \acute{\alpha} \varsigma \cdot \gamma \omega v \acute{\alpha} \varsigma }{\varepsilon \iota \sigma \varepsilon \rho \chi \acute{o} \mu \varepsilon v \eta \cdot \iota \sigma \chi \acute{\upsilon} \varsigma \cdot \alpha v \acute{\alpha} \cdot \mu o v \acute{\alpha} \delta \alpha \cdot \varepsilon \pi \iota \phi \acute{\alpha} v \varepsilon \iota \alpha \varsigma}$$



Σχήμα 5.2: Σκεδασμός πολωμένης ακτινοβολίας από ένα φορτισμένο σωματίδιο

Η εισερχόμενη ισχύς ανά μονάδα επιφανείας δεν είναι άλλη από την ροή Poynting που δίνεται από $\langle S \rangle = (c/8\pi)E_0^2$. Συνεπώς από τον παραπάνω ορισμό της διαφορικής ενεργού διατομής έχουμε

$$\left(\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega}\right)_{\pi o\lambda} = \frac{1}{\langle S \rangle} \frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^4}{m^2 c^4} \sin^2 \Theta = r_0^2 \sin^2 \Theta$$
(5.6)

όπου η ποσότητα

$$r_0^2 \equiv \frac{e^4}{m^2 c^4} \tag{5.7}$$

είναι η κλασσική ακτίνα του ηλεκτρόνιου και δίνει ένα μέτρο της `ακτίνας΄ του φορτίου του. Η τιμή της είναι $r_0 = 2.82 \times 10^{-13}$ cm. Η ολική ενεργός διατομή βρίσκεται από την (4.8) με ολοκλήρωση ως προς την στερεά γωνία και είναι

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \,. \tag{5.8}$$

Η ποσότητα σ_T ονομάζεται ενεργός διατομή Thomson και ισούται με 0.665×10^{-24} cm², ενώ η φυσική διαδικασία που μόλις περιγράψαμε ονομάζεται σκεδασμός Thomson ή σκεδασμός ηλεκτρονίου. Αξίζει να σημειώσουμε ότι οι σχέσεις (5.6) και (5.8) που δίνουν την διαφορική και την ολική ενεργό διατομή είναι ανεξάρτητες της συχνότητας του προσπίπτοντος κύματος. Ωστόσο αυτό ισχύει για πολύ χαμηλές συχνότητες ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την κλασσική προσέγγιση. Όπως θα δούμε σε παρακάτω παράγραφο για υψηλές συχνότητες η ενεργός διατομή προσδιορίζεται πλέον από την Κβαντομηχανική και εξαρτάται από τη συχνότητα του προσπίπτοντος.

Ο σκεδασμός που εξετάσαμε αφορούσε πολωμένη ακτινοβολία. Είναι εύκολο τα αποτελέσματα που βρήκαμε να επεκταθούν και στην γενικότερη περίπτωση της μη πολωμένης ακτινοβολίας εάν θυμηθούμε ότι αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μία επαλληλία δύο γραμμικά πολωμένων κυμάτων που ταλαντώνονται σε ορθογώνια επίπεδα. Συνεπώς αναλύουμε το ηλεκτρικό πεδίο της προσπίπτουσας δέσμης σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μία (με μοναδιαίο διάνυσμα \hat{e}_1) βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζουν η διεύθυνση της ακτινοβολίας πριν και μετά τον σκεδασμό (όπως αυτές ορίζονται από τα διανύσματα \hat{k} και \hat{n} αντίστοιχα—Σχήμα 5.3) ενώ η άλλη (με μοναδιαίο διάνυσμα \hat{e}_2) είναι κάθετη σε αυτό το επίπεδο. Έστω Θ η γωνία μεταξύ των \hat{e}_1 και \hat{n} . Ορίζουμε επίσης την γωνία θ, που είναι η γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της σκεδασμένης και προσπίπτουσας δέσμης: $\theta = \pi/2 - \Theta$. Η διαφορική ενεργός διατομή της μη πολωμένης ακτινοβολίας είναι η μέση τιμή των ενεργών διατομών των δύο παραπάνω συνισταμένων που είναι γραμμικά πολωμένες. Γράφουμε λοιπόν

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\sigma(\Theta)}{d\Omega}\right)_{\pi o \lambda} + \left(\frac{d\sigma(\pi/2)}{d\Omega}\right)_{\pi o \lambda} \right] = \frac{1}{2} r_0^2 \left(1 + \sin^2 \Theta\right) = \frac{1}{2} r_0^2 \left(1 + \cos^2 \theta\right).$$
(5.9)

Παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα εξαρτάται μόνο από τη διεύθυνση της προσπίπτουσας και σκεδασμένης ακτινοβολίας.



Σχήμα 5.3: Γεωμετρία σκεδασμού μη πολωμένης ακτινοβολίας.

Δύο βασικές ιδιότητες του σκεδασμού της μη πολωμένης ακτινοβολίας είναι:

- 1. Συμμετρία ως προς τον μετασχηματισμό $\theta \rightarrow -\theta$ (μπρος-πίσω)
- Η ολική ενεργός διατομή είναι ίση με σ_T, ίση δηλαδή με την περίπτωση της πολωμένης ακτινοβολίας.

Άσκηση: Να αποδειχθούν οι πιο πάνω ιδιότητες.

5.2. ΣΚΕΔΑΣΜΟΣ COMPTON

Οι σχέσεις (5.8) και (5.9) αποτελούν τα βασικά αποτελέσματα του σκεδασμού Thomson όπου το φωτόνιο προσεγγίζεται με ένα συνεχές ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Αυτή η προσέγγιση ισχύει όταν η ενέργεια της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι πολύ μικρότερη της ενέργειας ηρεμίας του ηλεκτρονίου, όταν δηλαδή $\varepsilon = hv \ll m_e c^2$. Ένα ακόμα βασικό αποτέλεσμα είναι ότι ο σκεδασμός είναι ελαστικός, ισχύει δηλαδή $\varepsilon = \varepsilon_1$, όπου ε και ε_1 η ενέργεια του φωτονίου πριν και μετά τον σκεδασμό αντίστοιχα.

Κβαντικά φαινόμενα υπεισέρχονται στην παραπάνω εικόνα με δύο τρόπους. Πρώτον, όσο αυξάνει η ενέργεια του φωτονίου ο σκεδασμός παύει να είναι ελαστικός (δηλαδή $\varepsilon_1 \neq \varepsilon$) καθώς το ηλεκτρόνιο αρχίζει να παίρνει ένα διαρκώς αυξανόμενο μέρος της ορμής και της ενέργειας του προσπίπτοντος φωτονίου. Επίσης η ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης ξεφεύγει πλέον από τα όρια του Κλασσικού Ηλεκτρομαγνητισμού και γίνεται αντικείμενο μελέτης της Κβαντοηλεκτροδυναμικής. Οι σχετικές λεπτομέρειες ξεφεύγουν του παρόντος, αξίζει όμως να σταθούμε σε δύο ασυμπτωτικά όρια:

- 1. Όριο Thomson: Στο μη σχετικιστικό όριο ($x = \varepsilon/m_e c^2 << 1$) η ενεργός διατομή δίνεται από $\sigma \cong \sigma_T$ σύμφωνα με τα όσα είπαμε προηγουμένως.
- 2. Όριο Klein Nishina: Στο σχετικιστικό όριο $(x = \varepsilon/m_e c^2 >> 1)$ η ενεργός διατομή δίνεται από τη σχέση

$$\sigma \cong \frac{3}{8}\sigma_T x^{-1} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right)$$
 (5.10)

δηλαδή η ενεργός διατομή ελαττώνεται όσο αυξάνει η ενέργεια του φωτονίου.



Σχήμα 5.4: Γραφική παράσταση της ενεργού διατομής για σκεδασμό Compton σε συνάρτηση της ενέργειας του φωτονίου.

5.3. ANTISTPOPOS SKEDASMOS KOMIITON

5.3.1. Κινηματικές αρχές κατά τον σκεδασμό Compton

Ας θεωρήσουμε ένα σχετικιστικό ηλεκτρόνιο κινούμενο μέσα σε πεδίο μονοχρωματικών ισοτροπικών φωτονίων κατά τη διεύθυνση του άξονα των x στο σύστημα ηρεμίας του παρατηρητή Κ. Το ηλεκτρόνιο σκεδάζει φωτόνια τα οποία έχουν διευθύνσεις που σχηματίζουν διάφορες γωνίες θ με τη διεύθυνσή του⁷.

Στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου Κ΄ οι αντίστοιχες γωνίες θ΄ δίνονται από τις γνωστές σχέσεις αποπλάνησης του φωτός

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma(\cos \theta - \beta)}$$
(5.11)

και

$$\cos\theta' = \frac{\cos\theta - \beta}{1 - \beta\cos\theta} \tag{5.12}$$

όπου γ και βc είναι ο παράγοντας Lorentz και η ταχύτητα του ηλεκτρονίου στο σύστημα ηρεμίας του παρατηρητή. Όταν γ>>1, τότε $\beta \rightarrow 1 - \frac{1}{2} \gamma^{-2}$ και όλα τα φωτόνια (εκτός αυτών που κινούνται κατά μήκος του άξονα x, δηλαδή παράλληλα με τη διεύθυνση του ηλεκτρονίου) εμφανίζονται από την διεύθυνση $\theta' \approx \pi$.

⁷ Η γωνία θ =π αντιστοιχεί σε μετωπική σύγκρουση.



Σχήμα 5.5: Γωνίες μεταξύ φωτονίων και ηλεκτρονίου όπως αυτές παρουσιάζονται στα συστήματα ηρεμίας του παρατηρητή (K) και του ηλεκτρονίου (K') αντίστοιχα.

Ασκηση: Να δειχθεί ότι στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου Κ΄ τα φωτόνια προσπίπτουν σε ένα στενό κώνο που έχει για άξονα τον αρνητικό άξονα των χ΄ και άνοιγμα $\sim \gamma^{-1}$. (Υπόδειξη: Να εξετάσετε τι συμβαίνει για ένα φωτόνιο που προσπίπτει σχηματίζοντας ορθή γωνία με τη διεύθυνση του ηλεκτρονίου στο σύστημα Κ).

Η ενέργεια των φωτονίων στο Κ΄ δίνεται από τη γνωστή σχέση του Doppler

 $\begin{aligned} \varepsilon' &= \gamma \varepsilon \big(1 - \beta \cos \theta \big) \end{aligned} (5.13) \\ \text{και κατά συνέπεια παίρνει τιμές από } \varepsilon'_{\min} &\approx \varepsilon/2\gamma \; \gamma \text{ia } \theta = 0 \; \text{έως } \; \varepsilon'_{\max} \approx 2\gamma \varepsilon \; \gamma \text{ia } \theta = \pi \; (\text{va} \; \text{deight}). \\ \text{Παρατηρούμε ότι τα φωτόνια εμφανίζονται με πολύ χαμηλές ενέργειες όταν κατευθύνονται σχεδόν παράλληλα με το ηλεκτρόνιο, ενώ αντίθετα εμφανίζονται πολύ πιο ενεργητικά όταν οι συγκρούσεις είναι μετωπικές. Εάν ως μέση τιμή της ενέργειας του φωτονίου πάρουμε την < <math>\varepsilon' >= \gamma \varepsilon$, τότε έχουμε ότι όταν

- $\gamma \varepsilon << m_e c^2 \rightarrow$ όριο Thomson
- $\gamma \varepsilon >> m_e c^2 \rightarrow \circ \rho \omega$ Klein Nishina.

Παρόλο που θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τα διάφορα ζητούμενα μεγέθη στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου και στη συνέχεια να μετασχηματίσουμε στο σύστημα ηρεμίας του παρατηρητή, είναι καλύτερο να χρησιμοποιήσουμε τετρανύσματα. Έστω λοιπόν <u>P</u> και <u>K</u> τα τετρανύσματα της ορμής του ηλεκτρονίου και του φωτονίου πριν τον σκεδασμό και <u>P</u>₁ και <u>K</u>₁ τα αντίστοιχα τετρανύσματα μετά τον σκεδασμό. Δηλαδή

Hλεκτρόνιο
$$\underline{P} = [\gamma m_e c, \gamma m_e \overline{v}]$$
 $\underline{P}_1 = [\gamma_1 m_e c, \gamma_1 m_e \overline{v}_1]$
Φωτόνιο $\underline{K} = \left[\frac{hv}{c}, \frac{hv}{c}\hat{e}_k\right]$ $\underline{K}_1 = \left[\frac{hv_1}{c}, \frac{hv_1}{c}\hat{e}_{k_1}\right]$

Πριν τον σκεδασμό Μετά τον σκεδασμό

Τώρα μπορούμε να εργασθούμε όπως στην περίπτωση της αλληλεπίδρασης φωτονίου-φωτονίου. Το τετράνυσμα της ορμής διατηρείται κατά τον σκεδασμό, οπότε

$$\underline{P} + \underline{K} = P_1 + K_1 \,. \tag{5.14}$$

Υψώνουμε στη συνέχεια στο τετράγωνο και χρησιμοποιούμε τις σχέσεις $\underline{P}.\underline{P} = \underline{P}_1.\underline{P}_1 = -m_e^2 c^2$ και $\underline{K}.\underline{K} = \underline{K}_1.\underline{K}_1 = 0$. Συνεπώς είναι εύκολο να δειχτεί (άσκηση!) ότι

$$\underline{P}.\underline{K} = P_1.K_1 \quad . \tag{5.15}$$

Πολλαπλασιάζουμε τώρα τα μέλη της (4.14) με K_1 και με την βοήθεια της (5.15) καταλήγουμε στη σχέση

$$\underline{P}.K_1 + \underline{K}.K_1 = \underline{P}.\underline{K}$$
(5.16)

η οποία είναι και η ζητούμενη. Χρησιμοποιούμε στη συνέχεια τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο τετρανυσμάτων και ορίζουμε τις γωνίες οι οποίες υπεισέρχονται στον σκεδασμό ως (δες και Σχήμα 5.5):

Γωνία κατεύθυνσης φωτονίου πριν και μετά τον σκεδασμό: $\alpha = \cos^{-1}(\hat{e}_k \cdot \hat{e}_{k_1})$ Γωνία κατεύθυνσης φωτονίου πριν τον σκεδασμό και ηλεκτρονίου: $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\hat{e}_k \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}\right)$ Γωνία κατεύθυνσης φωτονίου μετά τον σκεδασμό και ηλεκτρονίου: $\theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{\hat{e}_{k_1} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}\right)$

Από την (5.16) βρίσκουμε

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \frac{1 - (\nu/c)\cos\theta}{\left[1 - (\nu/c)\cos\theta_1 + (\varepsilon/\gamma m_e c^2)(1 - \cos\alpha)\right]}$$
(5.17)

Άσκηση: Ξεκινώντας από την (5.16) να αποδείξετε την (5.17).

Η παραπάνω σχέση είναι σημαντική για τον σκεδασμό Compton (τόσο τον ευθύ όσο και τον αντίστροφο) και αξίζει να σταθούμε για λίγο σε αυτήν. Καταρχήν όταν το ηλεκτρόνιο είναι σε ηρεμία (υ=0, γ=1) αυτή περιγράφει το γνωστό φαινόμενο Compton:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \frac{1}{1 + (\varepsilon/m_e c^2)(1 - \cos\alpha)}$$
(5.18)

η οποία εκφράζεται ακόμα σαν συνάρτηση του μήκους κύματος του φωτονίου

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda} = \frac{\varepsilon}{m_e c^2} (1 - \cos\alpha).$$
 (5.19)

Επίσης η σχέση (5.17) μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την μέγιστη ενέργεια που μπορεί να αποκτήσει ένα φωτόνιο όταν σκεδάζεται με ένα σχετικιστικό ηλεκτρόνιο.

Πράγματι στο όριο Thomson όπου $\varepsilon << \gamma m_e c^2$ το δεξί μέλος της (5.17) γίνεται μέγιστο όταν $\theta = \pi$ και $\theta_1 = 0$ (όταν έχουμε δηλαδή μετωπική σύγκρουση ηλεκτρονίου-φωτονίου και το φωτόνιο μετά τον σκεδασμό κινείται παράλληλα με το ηλεκτρόνιο – αν και η πρώτη συνθήκη αποδεικνύεται πολύ πιο ισχυρή από την δεύτερη). Σε αυτή την περίπτωση είναι εύκολο να δειχτεί (άσκηση!) ότι

$$\varepsilon_1 = 4\gamma^2 \varepsilon \tag{5.20}$$

που είναι και η ζητούμενη μέγιστη ενέργεια.

Σημείωση: Αξίζει να αναπαράγουμε την παραπάνω σχέση χρησιμοποιώντας απλούς μετασχηματισμούς συστημάτων αναφοράς. Έστω λοιπόν ότι μετά από ένα σκεδασμό (όπως αυτός μετράται στο Κ΄) το φωτόνιο αποκτά ενέργεια ε' ενώ σχηματίζει γωνία α' με τη διεύθυνση του φωτονίου πριν τον σκεδασμό. Προφανώς ισχύει η σχέση (5.18), η οποία γράφεται

$$\frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon'} = \frac{1}{1 + (\varepsilon'/m_e c^2)(1 - \cos \alpha')}$$

Επειδή έχουμε θεωρήσει σκεδασμό στο όριο Thomson ισχύει $\varepsilon' \ll m_e c^2$ και συνεπώς $\varepsilon'_1 = \varepsilon'$ (δηλαδή τα γνωστά περί ελαστικού σκεδασμού στο όριο Thomson). Ισχύει όμως η σχέση (5.13) καθώς και η σχέση

$$\varepsilon_1 = \gamma \varepsilon_1' (1 + \beta \cos \theta_1')$$

(γιατί;). Παίρνοντας, όπως προηγουμένως, την περίπτωση όπου $\theta = \pi$ και $\theta'_1 = 0$, βρίσκουμε αμέσως την ζητούμενη (5.20)

5.3.2. Ενεργειακές απώλειες στο όριο Thomson

Μία ωραία παρουσίαση των ενεργειακών απωλειών για τα σχετικιστικά ηλεκτρόνια στο όριο Thomson δίνει ο Longair (τόμος 1, σ.102)⁸. Οι ενεργειακές απώλειες στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου Κ΄ δίνονται από τη σχέση

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = \sigma_T c U'_{\phi\omega\tau}.$$
 (5.21)

Ασκηση: Να αποδειχθεί η σχέση (5.23). (Υπόδειξη: Να ξεκινήσετε από τη σχέση (5.4) και να χρησιμοποιήσετε το γεγονός ότι η ακτινοβολούμενη ισχύς P ισούται με τις ενεργειακές απώλειες του ηλεκτρονίου καθώς και το ότι η ενεργειακή πυκνότητα των φωτονίων δίνεται από τη σχέση $U_{\phi \omega \tau} = \sum_{i} E_i^2 / 8\pi$, όπου E_i είναι οι εντάσεις των

ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που σκεδάζονται από το ηλεκτρόνιο).

Επειδή η ενέργεια και ο χρόνος μετασχηματίζονται με τον ίδιο τρόπο, ισχύει δηλαδή $dE=\gamma dE'$ και $dt=\gamma dt'$, έχουμε

$$\left(\frac{dE}{dt}\right) = \left(\frac{dE}{dt}\right) \tag{5.22}$$

συνεπώς για να υπολογίσουμε τις ενεργειακές απώλειες του ηλεκτρονίου αρκεί να υπολογίσουμε την ενεργειακή πυκνότητα των φωτονίων $U'_{\phi\omega\tau}$ όπως αυτή μετράται στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου Κ΄ (η ενεργειακή πυκνότητα των φωτονίων $U'_{\phi\omega\tau}$ στο σύστημα ηρεμίας του παρατηρητή Κ θεωρείται γνωστή).

Για να υπολογίσουμε την ενεργειακή πυκνότητα των φωτονίων στο Κ΄ χρειαζόμαστε δύο ποσότητες: την ενέργεια κάθε φωτόνιου στο Κ' και τον ρυθμό με τον οποίο φτάνουν αυτά στο ηλεκτρόνιο. Το πρώτο ζητούμενο, δηλαδή η ενέργεια, δίνεται από τη σχέση (5.13). Για να βρούμε την μετρούμενη ροή εργαζόμαστε ως εξής: Έστω θ η γωνία υπό την οποία η δέσμη φωτονίων προσπίπτει στο Κ. Αυτή συνδέεται με την αντίστοιχη γωνία θ' την οποία μετράει παρατηρητής στο σύστημα

⁸ O Longair ορίζει τη γωνία θ μεταξύ προσπίπτοντος φωτονίου και ηλεκτρονίου έτσι ώστε η μετωπική σύγκρουση να αντιστοιχεί σε θ=0.

Κ΄ σύμφωνα με τις σχέσεις (5.11) και (5.12). Ας θεωρήσουμε τώρα δύο φωτόνια τα οποία φτάνουν στο Κ' τις χρονικές στιγμές t'_1 και t'_2 . Οι συντεταγμένες των γεγονότων αυτών στο Κ είναι

 $[x_1,0,0,t_1] = [\gamma \upsilon t'_1,0,0,\gamma t'_1] \text{ kat } [x_2,0,0,t_2] = [\gamma \upsilon t'_2,0,0,\gamma t'_2]$

αντίστοιχα. Ο υπολογισμός αυτός κάνει την υπόθεση ότι τα φωτόνια της δέσμης κινούνται σε παράλληλες τροχιές, όπως δείχνει και το σχήμα 5.7. Από το ίδιο σχήμα φαίνεται επίσης ότι η χρονική διαφορά με την οποία τα φωτόνια φτάνουν σε ένα επίπεδο κάθετο προς τη διεύθυνση διάδοσής τους είναι

$$\Delta t = t_2 - \frac{(x_2 - x_1)}{c} \cos \theta - t_1 = (t'_2 - t'_1) \gamma \left[1 - \frac{\nu}{c} \cos \theta \right]$$
(5.23)

με άλλα λόγια η χρονική διαφορά είναι μικρότερη κατά ένα παράγοντα $\gamma(1 - \beta \cos \theta)$ στο Κ' απο ότι στο Κ. Παρατηρούμε ότι αυτός ο παράγοντας είναι ακριβώς ο ίδιος με αυτόν που υπεισέρχεται στη σχέση του Doppler (5.13).



Σχήμα 5.6: Γεωμετρία που παριστάνει τον ρύθμο πρόσπτωσης των φωτονίων όπως τον αντιλαμβάνεται παρατηρητής στο αδρανειακό σύστημα Κ.

Συνεπώς η ενεργειακή πυκνότητα της δέσμης φωτονίων που προσπίπτουν με γωνία θ στο σύστημα Κ είναι

$$U'_{\phi\omega\tau}(\theta) = [\gamma(1 - \beta\cos\theta)]^2 U_{\phi\omega\tau}$$
(5.24)

Στην περίπτωση όπου το πεδίο ακτινοβολίας είναι ισοτροπικό (όπως συμβαίνει συνήθως), τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργειακή πυκνότητα ολοκληρώνοντας ως προς την στερεά γωνία, οπότε

$$U'_{\phi\omega\tau} = U_{\phi\omega\tau} \int_{0}^{\pi} \left[\gamma (1 - \beta \cos \theta)^{2} \right] \frac{1}{2} \sin \theta d\theta .$$
 (5.25)

και συνεπώς

$$U'_{\phi\omega\tau} = \frac{4}{3} U_{\phi\omega\tau} \left(\gamma^2 - \frac{1}{4} \right).$$
 (5.26)

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.21) και (5.22) βρίσκουμε

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.21) και (5.22) βρίσκουμε

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{4}{3}\sigma_T c U_{\phi\omega\tau} \left(\gamma^2 - \frac{1}{4}\right).$$
(5.27)

Αυτή είναι η ενέργεια που κερδίζουν τα φωτόνια εξ αιτίας των σκεδασμών. Ταυτόχρονα όμως αυτά χάνουν την ενέργεια αυτών που σκεδάζονται και που ισούται με $\sigma_{\rm T} c U_{\rm door}$. Τελικά έχουμε λοιπόν

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{4}{3}\sigma_{\rm T}cU_{\phi\omega\tau}\left(\gamma^2 - \frac{1}{4}\right) - \sigma_{\rm T}cU_{\phi\omega\tau} = \frac{4}{3}\sigma_{\rm T}cU_{\phi\omega\tau}\beta^2\gamma^2 \qquad (5.28)$$

που δίνει τις συνολικές ενεργειακές απώλειες ηλεκτρονίων ενέργειας $E_e = \gamma m_e c^2$ όταν βρίσκονται σε ισοτροπικό πεδίο φωτονίων ενεργειακής πυκνότητας $U_{\phi\omega\tau}$, υπό την προϋπόθεση ότι οι σκεδασμοί ηλεκτρονίων-φωτονίων πραγματοποιούνται στο όριο Thomson.

Σημείωση: Μία άλλη, πιο αυστηρή, απόδειξη της σχέσης (5.25) προκύπτει από τις εξισώσεις διάδοσης ακτινοβολίας. Ξεκινάμε από το βασικό αποτέλεσμα ότι το πηλίκο I_{ν}/ν^3 παραμένει αναλλοίωτο σε μετασχηματισμούς Lorentz, όπου η ποσότητα I_{ν} είναι η ειδική ένταση ακτινοβολίας. Συνεπώς ανάμεσα στα συστήματα Κ και Κ΄ ισχύει η σχέση

$$I'_{\nu'} = I_{\nu} \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^{3}$$
(5.29)

Επίσης είναι γνωστό από την θεωρία διάδοσης της ακτινοβολίας ότι η ειδική ενεργειακή πυκνότητα (δηλαδή η ενεργειακή πυκνότητα ανά συχνότητα ανά στερεά γωνία) δίνεται από τη σχέση

$$U_{\nu}(\Omega) = \frac{1}{c}I_{\nu}.$$
(5.30)

Συνεπώς ορίζοντας

$$U(\Omega) \equiv \int dv U_{v}(\Omega)$$

και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.13), (5.29) και (5.30) μπορούμε να συσχετίσουμε την διαφορική ενεργειακή πυκνότητα $U(\Omega)$ στα συστήματα K και K'

$$U'(\Omega') = \gamma^4 (1 - \beta \mu)^4 U(\Omega) .$$
(5.31)

Άσκηση: Να αποδειχθεί η σχέση (5.31).

Ορίζουμε στη συνέχεια την ολική ενεργειακή πυκνότητα των φωτονίων ως $U_{\phi\omega\tau} \equiv \int d\Omega U(\Omega)$ και χρησιμοποιούμε ότι το διαφορικό της στερεάς γωνίας μετασχηματίζεται σύμφωνα με τη σχέση

$$d\Omega' = \frac{d\Omega}{\gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)^2}.$$
 (5.32)

Άσκηση: Ξεκινώντας από την σχέση (5.12) να αποδείξετε την (5.32).

5.3.3. Παραγόμενο φάσμα στο όριο Thomson: Μονοενεργητικά ηλεκτρόνια

Το επόμενο ζητούμενο είναι ο προσδιορισμός του φάσματος της ακτινοβολίας που σκεδάζεται στο όριο Thomson. Μία πλήρης ανάλυση υπάρχει στο άρθρο των Blumenthal and Gould⁹, εδώ απλώς επαναλαμβάνουμε το αποτέλεσμα.

Έστω ότι ηλεκτρόνιο ενέργειας $E_e = \gamma m_e c^2$ εισέρχεται σε ισοτροπικό πεδίο φωτονίων. Το παραγόμενο φάσμα δίνεται από τη σχέση

$$I_{\gamma}(\varepsilon_{1}) = \frac{3\sigma_{T}c}{16\gamma^{4}} \frac{n(\varepsilon)}{\varepsilon^{2}} \varepsilon_{1} \left[2\varepsilon_{1} \ln\left(\frac{\varepsilon_{1}}{4\gamma^{2}\varepsilon}\right) + \varepsilon_{1} + 4\gamma^{2}\varepsilon - \frac{\varepsilon_{1}^{2}}{2\gamma^{2}\varepsilon} \right] d\varepsilon$$
(5.33)

τη μορφή του οποίου δίνει το Σχήμα 5.7. Η ποσότητα *n(ε)* είναι η διαφορική αριθμητική πυκνότητα των φωτονίων του πεδίου (διαστάσεις= #φωτονίων/όγκο/ενέργεια). Οι διαστάσεις της έντασης *I_γ*είναι (ακτινοβολούμενη) ενέργεια/χρόνο/ενέργεια (ή συχνότητα) εκπομπής. Το διαφορικό *dε* υποδηλώνει ότι η ένταση (5.33) πρέπει να ολοκληρωθεί ως προς όλα τα φωτόνια του πεδίου.



Σχήμα 5.7: Δημιουργούμενο φάσμα σκεδασμένων ισοτροπικών φωτονίων συχνότητας v_0 από μονοενεργητικά ηλεκτρόνια ενέργειας $E_e = \gamma m_e c^2$.

Από το Σχήμα 5.7 παρατηρούμε ότι το φάσμα εκτείνεται μέχρι την ενέργεια $\varepsilon_1^{\max} = 4\gamma^2 \varepsilon$, σε συμφωνία με την σχέση (5.20), και ότι παρουσιάζει μέγιστο κοντά σε αυτή την ενέργεια. Προφανώς το συνολικό φάσμα βρίσκεται μετά από ολοκλήρωση της (5.33) ως προς όλες τις ενέργειες του πεδίου φωτονίων ε. Για να απλουστεύσουμε το πρόβλημα ας θεωρήσουμε ότι το πεδίο φωτονίων είναι μονοχρωματικό, ισχύει δηλαδή $n(\varepsilon) = n_0 \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$. Τότε από την (5.33) μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση ενέργεια των φωτονίων μετά τον σκεδασμό τους. Βρίσκουμε

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \varepsilon_0 \,. \tag{5.34}$$

Σημείωση: Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε και με έναν πιο εμπειρικό τρόπο. Θεωρούμε ότι σε κάθε σκεδασμό το ποσό ενέργειας που χάνει ένα ηλεκτρόνιο ισούται με την ενέργεια του φωτονίου μετά τον σκεδασμό του. Ισχύει λοιπόν η σχέση

⁹ G.B. Blumenthal, R.J. Gould, Reviews of Modern Physics 42, 237, 1970

Ενεργειακές απώλειες = (Μέση ενέργεια φωτονίου) × (Ρυθμός σκεδασμών). Ο ρυθμός σκεδασμών δίνεται από την σχέση

$$\left(\frac{dN}{dt}\right) = \sigma_{\rm T} c n_0 \tag{5.35}$$

ενώ οι ενεργειακές απώλειες δίνονται από τη σχέση (5.28). Χρησιμοποιώντας επιπλέον τη σχέση

$$U_{\phi\omega\tau} = \int d\varepsilon . \varepsilon n(\varepsilon) = \int d\varepsilon . \varepsilon . n_0 \delta(\varepsilon - \varepsilon_0) = n_0 \varepsilon_0$$
(5.36)

βρίσκουμε ότι

Μέση ενέργεια φωτονίου μετά τον σκεδασμό = $\frac{4}{3} \beta^2 \gamma^2 \varepsilon_0$

η οποία για γ>> l (οπότε $\beta \approx 1$) γίνεται η σχέση (5.34).

Η σημασία του αντίστροφου σκεδασμού Compton για την Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών γίνεται τώρα προφανής. Ηλεκτρόνια με παράγοντα Lorentz γ σκεδάzουν φωτόνια χαμηλών ενεργειών σε ενέργειες που είναι υψηλότερες κατά ένα παράγοντα γ². Για παράδειγμα, ηλεκτρόνια με γ=1000 σκεδάζουν ραδιοφωτόνια στο υπεριώδες, υπέρυθρα φωτόνια στις ακτίνες X και οπτικά φωτόνια στις ακτίνες γ.

5.3.4. Παραγόμενο φάσμα: Ηλεκτρόνια με κατανομή νόμο δύναμης

Στις περισότερες περιπτώσεις με αστροφυσικό ενδιαφέρον τα ηλεκτρόνια δεν έχουν μονοενεργητική κατανομή αλλά κατανομή που είναι νόμος δύναμης, δηλαδή

$$N_{e}(\gamma) = k_{e} \gamma^{-p} \qquad \gamma \iota \alpha \ \gamma_{\min} \le \gamma \le \gamma_{\max}$$

$$N_{e}(\gamma) = 0 \qquad \gamma \iota \alpha \ \gamma < \gamma_{\min} \ \acute{\eta} \ \gamma > \gamma_{\max} .$$
(5.37)

και

Τα όρια της κατανομής των ηλεκτρονίων δεν είναι γνωστά αλλά εξαρτώνται από το μηχανισμό επιτάχυνσης που δρα στην συγκεκριμένη περίπτωση. Εδώ θα τα θεωρήσουμε σαν ελεύθερες παραμέτρους.

Το φάσμα των σκεδασμένων φωτονίων που παράγεται σε αυτή την περίπτωση βρίσκεται αν ολοκληρώσουμε το φάσμα (5.33) –το οποίο παράγεται από μονοενεργητικά ηλεκτρόνια – ως προς όλες τις ενέργειες των ηλεκτρονίων. Έχουμε λοιπόν

$$I_{pl}(\varepsilon_1) = \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} d\gamma N_e(\gamma) I_{\gamma}(\varepsilon_1) \,.$$
(5.38)

Το παραπάνω ολοκλήρωμα υπολογίζεται αναλυτικά (δες π.χ. το άρθρο των Blumenthal και Gould). Ωστόσο είναι πιο απλό να εκμεταλλευτούμε το γεγονός ότι η

συνάρτηση $I_{\gamma}(\varepsilon_1)$ παρουσιάζει ένα μέγιστο κοντά στην ενέργεια $\varepsilon_1^* = \frac{4}{3} \gamma^2 \varepsilon_0$ και να

θέσουμε

$$I_{\gamma}(\varepsilon_{1}) = A\varepsilon_{1}\delta(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{1}^{*})$$
(5.39)

προσεγγίζουμε δηλαδή, όπως υποδηλώνει η συνάρτηση δέλτα, το φάσμα του Σχήματος 5.7 με μονοενεργητική εκπομπή στη μέση ενέργεια σκεδασμού. Η σταθερά *A* υπολογίζεται από την απαίτησή μας ο ρυθμός της ακτινοβολούμενης ενέργειας των φωτονίων να ισούται με τον ρυθμο απώλειας ενέργειας του ηλεκτρονίου (σχέση 5.28). Εξισώνοντας βρίσκουμε $A = n_0 \sigma_{\rm T} c$.

Ασκηση: Να δειχτεί η παραπάνω σχέση.

Αντικαθιστώντας την (5.39) στην (5.38) βρίσκουμε

$$I_{pl}(\varepsilon_1) = \frac{1}{2} k_e n_0 \sigma_{\mathrm{T}} c \varepsilon_0^{\frac{p-1}{2}} \varepsilon_1^{-\frac{p-1}{2}} \qquad \gamma \iota \alpha \ \varepsilon_1^{\min} \le \varepsilon_1 \le \varepsilon_1^{\max}$$
(5.40)

όπου
$$ε_1^{\min} = \frac{4}{3} ε_0 γ_{\min}^2$$
 και $ε_1^{\max} = \frac{4}{3} ε_0 γ_{\max}^2$. (5.41)

Άσκηση: Να αποδειχτεί η παραπάνω σχέση.

Παρατηρούμε ότι η εκπομπή είναι νόμος δύναμης με εκθέτη ο οποίος καθορίζεται από την κατανομή των ηλεκτρονίων. Έχουμε δηλαδή ότι το παραγόμενο φάσμα (και κατά συνέπεια η ροή) των φωτονίων είναι της μορφής $F_{\nu} \propto I_{\nu} \propto v^{-\alpha}$ με

$$a = \frac{p-1}{2}.$$
 (5.42)

Η διαφορά στους εκθέτες ηλεκτρονίων και φωτονίων οφείλεται στο ότι η μέση ενέργεια των φωτονίων μετά την σκέδαση συνδέεται με το τετράγωνο της ενέργειας του ηλεκτρόνιου. Η παραπάνω σχέση είναι σημαντική γιατί μας επιτρέπει να εξάγουμε από παρατηρησιακά δεδομένα την ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων, συνεπώς μας δίνει πληροφορίες για τις φυσικές συνθήκες στη πηγή των φωτονίων. Πράγματι σε πολλές περιπτώσεις έχουμε μετρήσεις για τις παραμέτρους n_0 και ε_0 του πεδίου φωτονίων καθώς και το φάσμα της πηγής στις υψηλές ενέργειες. Με βάση αυτά τα στοιχεία μπορούμε να υπολογίσουμε τα χαρακτηριστικά των ηλεκτρονίων υψηλών ενεργειών που υπάρχουν σε αυτές.

5.3.5. Εφαρμογές

Ο αντίστροφος σκεδασμός Compton βρίσκει πολλές εφαρμογές στην Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών, καθώς πολλές πηγές περιέχουν σχετικιστικά ηλεκτρόνια από τη μία και φωτόνια χαμηλών ενεργειών από την άλλη. Παρακάτω αναφέρουμε τρία χαρακτηριστικά παραδείγματα.

Εφαρμογή 1: Στις αρχές της δεκαετίας του 1990 ο ανιχνευτής ακτίνων γ EGRET, μέρος του δορυφόρου Compton Gamma Ray Observatory (Σχήμα 2.7.), ανακάλυψε έξι pulsars να εκπέμπουν ακτινοβολία γ στην περιοχή 100 MeV-30 GeV με φάσμα που είναι νόμος δύναμης¹⁰. Το Σχήμα 5.8 παρουσιάζει την εκπομπή ενός από αυτούς, του επονομαζόμενου Geminga pulsar, σε όλο το εύρος του Η/Μ φάσματος. Ο Geminga pulsar είναι μία περίεργη περίπτωση αστέρα νετρονίων. Έχει περίοδο περιστροφής 0.237 sec, $\dot{P} = 1.097 \times 10^{-14}$ και, με απόσταση D=552 έτη φωτός, είναι μία από τις λαμπρότερες πηγές ακτίνων γ στον ουρανό —ωστόσο δεν έχει ανιχνευθεί ακόμα στα ραδιοκύματα¹¹. Επίσης εκπέμπει στις ακτίνες X, αλλά αυτή η εκπομπή μοιάζει να συνδέεται με θερμική ακτινοβολία από μέρος της επιφανείας του. Η παράμετρος vF_{ν} που χρησιμοποιούμε για να εκφράσουμε την εκπομπή (συχνότητα παρατήρησης × ροή ενέργειας στη συγκεκριμένη συχνότητα—μονάδες Jansky.Hz,

¹⁰ Ο ανιχνευτής ακτίνων γ GLAST που θα τεθεί σε τροχιά το 2006 αναμένεται να παρατηρήσει μία τάξη μεγέθους περισσότερους pulsars.

¹¹ Υπενθυμίζουμε ότι η συντριπτική πλειοψηφία των pulsars έχουν ανακαλυφθεί εξαιτίας των παλμών που εκπέμπουν στα ραδιοκύματα.

όπου 1 Jy= 10^{-23} erg.s⁻¹.cm⁻².Hz⁻¹) υποδηλώνει το μέγιστο της εκπομπής. Στην προκειμένη περίπτωση παρατηρούμε ότι η vF_{ν} παρουσιάζει μέγιστο για $\nu \approx 10^{24}$ Hz



Σχήμα 5.8: Εκπομπή του Geminga pulsar σε όλο το εύρος του Η/Μ φάσματος. Τα βέλη δηλώνουν πάνω όρια.

που βρίσκεται στην περιοχή των ακτίνων γ υψηλών ενεργειών (~ 4 GeV). Επίσης παρατηρούμε ότι η εκπομπή στις ακτίνες γ υπερβαίνει τουλάχιστον κατά ένα παράγοντα 10³ την εκπομπή στις ακτίνες Χ και κατά 10⁹ την ραδιοεκπομπή. Συνεπώς ο Geminga pulsar παράγει πολύ αποτελεσματικά ακτίνες γ και η ανακάλυψή του, όπως και αυτή των υπόλοιπων πέντε pulsars που εκπέμπουν σε αυτές τις ενέργειες, άλλαξε ριζικά τις θεωρίες για το πως λειτουργούν τα αντικείμενα αυτά.

Μία εξήγηση της ακτινοβολίας γ είναι ο αντίστροφος σκεδασμός Compton από σχετικιστικά ηλεκτρόνια τα οποία επιταχύνονται στις μαγνητόσφαιρες των αστέρων αυτών και σκεδάζουν θερμικά φωτόνια της επιφανείας τους. Το ζητούμενο είναι, ξεκινώντας από αυτή την υπόθεση, να βρούμε την ενεργειακή κατανομή των σχετικιστικών ηλεκτρόνιων.

1) Ο νόμος δύναμης που παρατηρείται στην περιοχή των ακτίνων γ έχει φασματικό δείκτη a=0.5 (γιατί από το Σχήμα 5.8 έχουμε $vF_v \propto v^{0.5} \Rightarrow F_v \propto v^{-0.5}$). Αυτό σημαίνει ότι τα ηλεκτρόνια έχουν κατανομή που είναι νόμος δύναμης με εκθέτη p=2 (από σχέση 5.42).

2) Από τις παρατηρήσεις στις μαλακές ακτίνες X διαπιστώνουμε ότι μπορούμε να προσεγγίσουμε το φάσμα εκεί με μονοχρωματική εκπομπή της μορφής $A_0 \delta(v - v_0)$ όπου $A_0 \approx 10^{11}$ JyHz και $v_0 \approx 10^{17}$ Hz. Εάν λοιπόν θεωρήσουμε αυτά τα φωτόνια σαν τα φωτόνια χαμηλών ενεργειών, τότε από τις σχέσεις (5.41) βρίσκουμε ότι $\gamma_{\min} = \sqrt{v_1^{\min}/v_0} \approx 10^{2.5}$ και $\gamma_{\max} = \sqrt{v_1^{\max}/v_0} \approx 10^{3.5}$ (χρησιμοποιώντας από το Σχήμα 5.8 ότι $v_1^{\min} \approx 10^{22}$ Hz και $v_1^{\max} \approx 10^{24}$ Hz).

3) Fia va broúme thn aribuntiký pukvóthta n_0 two qwtovíwn two aktíven X bewroúme oti proércontai apó thn epigáneia tou astéra netroníwn, opóte gráqoume $L_0 = 4\pi R_*^2 c U_0 = 4\pi R_*^2 c h v_0 n_0$ (5.43)

όπου L_0 η λαμπρότητα στις ακτίνες X, R_* η ακτίνα του αστέρα νετρονίων και $U_0 = h v_0 n_0$ η ενεργειακή πυκνότητα των ακτίνων X. Επειδή η λαμπρότητα δίνεται κατευθείαν από τα παρατηρησιακά δεδομένα, δηλ.

$$L_0 = 4\pi D^2 \int dv F_0 = 4\pi D^2 A_0$$

βρίσκουμε $L_0 = 3.4 \times 10^{30}$ erg/sec. Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή στην σχέση (5.43) και χρησιμοποιώντας $R_* = 10^6$ cm, βρίσκουμε $n_0 \approx 1.4 \times 10^{16}$ φωτόνια/cm³.

4) Έχοντας μια τιμή για το n_0 μπορούμε να βρούμε την σταθερά k_e των ηλεκτρονίων από τη σχέση (5.40). Από το σχήμα 5.8 βρίσκουμε ότι για $v_1 = 10^{24}$ Hz, $vF_v \approx 10^{14}$ JyHz και συνεπώς η ένταση ακτινοβολίας στην μαγνητόσφαιρα του pulsar είναι για τη συγκεκριμένη συχνότητα (υποθέτοντας ισοτροπική εκπομπή) $I_v = 4\pi D^2 F_v \approx 5 \times 10^{35}$ erg/sec/Hz. Χρησιμοποιούμε στη συνέχεια την σχέση (5.40) και λύνουμε ως προς k_e (που είναι πλέον ο μοναδικός άγνωστος) και βρίσκουμε $k_e = 1.2 \times 10^{37}$. Η συνολική ενέργεια που υπάρχει στα ηλεκτρόνια δίνεται από τη σχέση $E_{o\lambda} = \int_{y_{min}}^{y_{max}} d\gamma . ym_e c^2 N(\gamma)$ και χρησιμοποιώντας τη σχέση (5.37) παίρνουμε $E_{o\lambda} \approx 4.5 \times 10^{31}$ erg.

5) Το ενεργειακό περιεχόμενο των ηλεκτρονίων δεν δίνει όλη την ιστορία για την ακτινοβολία τους στη μαγνητόσφαιρα του pulsar. Από τη σχέση (5.28) για τις ενεργειακές απώλειες έχουμε ότι ο χρόνος ζωής ηλεκτρονίου με παράγοντα Lorentz γ είναι

$$\tau(\gamma) = \frac{E_e}{-\frac{dE}{dt}} = \frac{\gamma m_e c^2}{\frac{4}{3}\sigma_{\rm T} c U_{\phi\omega\tau} \gamma^2}$$

Θέτοντας $U_{\phi\omega\tau} = U_0 \Box hn_0 v_0 = 9.3 \times 10^6 \text{ erg/cm}^3$ βρίσκουμε $\tau(\gamma) \approx 3.3 \gamma^{-1}$. Συνεπώς ο χρόνος ζωής των ηλεκτρονίων με $\gamma = \gamma_{\max} \approx 3 \times 10^3$ είναι μόλις sec. Αυτό σημαίνει ότι μέσα σε αυτό τον χρονικό διάστημα νέα ηλεκτρόνια πρέπει να έχουν επιταχυνθεί σε αυτή την ενέργεια για να αντικαταστήσουν αυτά που έχασαν την ενέργειά τους εξαιτίας των σκεδασμών. Αυτός ο απλός υπολογισμός αποτελεί μία απόδειξη ότι στις μαγνητόσφαιρες των pulsars έχουμε συνεχή επιτάχυνση σωματιδίων σε υψηλές ενέργειες.

6) Τέλος, είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε και το εξής. Η συνολική λαμπρότητα του pulsar στις ακτίνες γ είναι $L_{\gamma} = 4\pi D^2 \int_{\nu_1}^{\nu_2} d\nu F_{\nu} \approx 7 \times 10^{33} \text{ erg/sec}$. Από την άλλη, ο ρυθμός ακτινοβολίας περιστρεφόμενου διπόλου¹² δίνει για τις παραμέτρους του Geminga pulsar $\dot{E} = 1.2 \times 10^{34}$ erg/sec. Συγκρίνοντας τα δύο αυτά μεγέθη παρατηρούμε ότι ο συγκεκριμένος pulsar μετατρέπει τουλάχιστον το 60% της συνολικής ακτινοβολούμενης ενέργειάς του σε ακτινοβολία γ.

Εφαρμογή 2: Ο ανιχνευτής EGRET ανακάλυψε επίσης 60 ενεργούς γαλαξίες (που όλοι ανήκουν στην κατηγορία των blazars) να εκπέμπουν στις σκληρές ακτίνες γ. Αυτή η ανακάλυψη φανέρωσε για πρώτη φορά ότι οι ενεργοί γαλαξίες επιταχύνουν σωματίδια σε υψηλές ενέργειες. Μία σχεδόν καθολικά αποδεκτή θεωρία για τους blazars προτείνει ότι πρόκειται περί ενεργών γαλαξίων με τους πιδακες τους στραμμένους προς την κατευθυνση της Γης (σε αντίθεση με τους ραδιογαλαξίες που έχουν τους πίδακες σε μεγάλες γωνίες ως προς την κατεύθυνση Γης-ενεργού γαλαξία). Αυτός ο χαρακτηριστικός προσανατολισμός είναι που προσδίδει στους

¹² Δες σχέση (2.13) των σημειώσεων του μαθήματος Αστροφυσική Ι

blazars τις ιδιομορφίες τους (ταχύτατες αυξομειώσεις στην ένταση, ισχυρή πόλωση, σε πολλές περιπτώσεις υπερφωτεινή κίνηση και ακτινοβολία γ) μιας και η συνολική εκπομπή τους κυριαρχείται από την εκπομπή του πίδακά τους.



Σχήμα 5.9: Εκπομπή του Ενεργού Γαλαζία Markarian 421 σε όλο το εύρος του Η/Μ φάσματος και για διάφορες εποχές παρατήρησης. Τα βέλη δηλώνουν πάνω όρια.

Το Σχήμα 5.9 παρουσιάζει το φάσμα εκπομπής από τον blazar Markarian 421. Το εύρος του καλύπτει από τα ραδιοκύματα (1 GHz) έως ενέργειες γ πολύ υψηλών ενεργειών (10 TeV). Αυτό που προκαλεί εντύπωση δεν είναι μόνο οι 19 τάξεις μεγέθους που καλύπτει η εκπομπή του συγκεκριμένου blazar, αλλά και η συνεχής μεταβολή της ροής που παρατηρείται κυρίως σε ακτίνες X και γ.

Όπως και στην περίπτωση των pulsars, μία από τις βασικές απόψεις για την ακτινοβολία γ (ενέργειες από 1 MeV έως 10 TeV) είναι ότι πρόκειται για αντίστροφο σκεδασμό Compton σχετικιστικών ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται σε ωστικά κύματα που οδεύουν στους πίδακες¹³ και σκεδάζουν σε υψηλές ενέργειες είτε φωτόνια του δίσκου προσαύξησης της κεντρικής μελανής οπής είτε φωτόνια των γραμμών εκπομπής (Σχήμα 5.10). Επειδή τα φωτόνια αυτά έχουν ενέργειες από υπέρυθρο έως το υπεριώδες μέρος του φάσματος ($\varepsilon_0 \approx .1 - 3 \text{ eV}$) και οι ακτίνες γ μπορούν να φτάσουν τουλάχιστον μέχρι 3-10 TeV, βρίσκουμε ότι απαιτούνται ηλεκτρόνια με παράγοντες Lorentz $\gamma \approx \sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_0} = 10^7$. Αν και θα μπορούσε κανείς να ακολουθήσει τα βήματα της προηγούμενης περίπτωσης, αυτό δεν κρίνεται σκόπιμο προς το παρόν.

¹³ Πρόκειται για μηχανισμό επιτάχυνσης ανάλογο με αυτόν που έχει παρατηρηθεί στα ωστικά κύματα των υπερκαινοφανών



Σχήμα 5.10: Σχηματική αναπαράσταση της γεωμετρίας του πυρήνα ενός ενεργού γαλαζία. Ωστικά κύματα που κινούνται μέσα στον πίδακα (δεζί μέρος του σχήματος) επιταχύνουν ηλεκτρόνια τα οποία σκεδάζουν φωτόνια του δίσκου προσαύζησης (αριστερό μέρος του σχήματος) σε υψηλές ενέργειες.

Εφαρμογή 3: Ένα μικρό μέρος από τις 2700+ εκλάμψεις ακτίνων γ που έχουν παρατηρηθεί από τον ανιχνευτή BATSE (δες Σχήμα 2.7) εκπέμπει στις σκληρές ακτίνες γ (E> 100 MeV)¹⁴. Η φασματική κατανομή είναι νόμος δύναμης. Παρόλο που δεν υπάρχουν πολλά στοιχεία για τα μυστηριώδη αυτά αντικείμενα, εικάζεται ότι τουλάχιστον όσον αφορά τον μηχανισμό επιτάχυνσης και ακτινοβολίας φορτίων, υπάρχει μία αναλογία με τους ενεργούς γαλαξίες. Έτσι η εκπομπή στις ακτίνες γ αποδίδεται στον αντίστροφο σκεδασμό Compton.

5.3.6. To ópio Klein-Nishina

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, σε περιπτώσεις όπου ο παράγοντας Lorentz των ηλεκτρονίων και η ενέργεια ε των φωτονίων πριν την σκέδαση ικανοποιούν την σχέση $\gamma \varepsilon >> m_e c^2$ δεν μπορούμε πλέον να χρησιμοποιήσουμε την κλασσική προσέγγιση για να περιγράψουμε την αλληλεπίδραση. Αντίθετα θα πρέπει να θεωρήσουμε το φωτόνιο ως σωμάτιο και να χρησιμοποιήσουμε την κβαντική εκδοχή της ενεργού διατομής του σκεδασμού που δίνεται από τη σχέση (5.10). Επειδή αυτή ελαττώνεται όσο αυξάνει η ενέργεια της σύγκρουσης, ελαττώνεται και ο ρυθμός των συγκρούσεων ηλεκτρονίων-φωτονίων. Ταυτόχρονα μπορεί να δειχθεί, με ανάλογη μεθόδο με αυτή που οδήγησε στη σχέση (5.20), ότι η μέση τιμή της ενέργειας που λαμβάνει ένα φωτόνιο μετά τον σκεδασμό αυξάνεται και ότι για πολύ υψηλές τιμές του γινομένου γε αυτή μπορεί να πλησιάσει την ενέργεια του ηλεκτρονίου. Στο ακραίο δηλαδή σχετικιστικό όριο του αντίστροφου σκεδασμού Compton έχουμε μεν πιο αραιές συγκρούσεις ηλεκτρονίων-φωτονίων αλλά σε αυτές τις συγκρούσεις τα ηλεκτρόνια δίνουν όλη τους σχεδόν την ενέργεια στα φωτόνια σκεδάζοντάς τα σε πολύ υψηλές ενέργειες. Υπενθυμίζουμε ότι στο μη σχετικιστικό όριο Thomson ισχύουν τα αντίθετα. Οι συγκρούσεις ηλεκτρονίων-φωτονίων είναι πιο συχνές αλλά τα ηλεκτρόνια χάνουν ένα μικρό μέρος της ενέργειάς τους σε κάθε σύγκρουση. Μία σε βάθος ανάλυση του ορίου Klein Nishina ξεφεύγει του παρόντος καθώς

 $^{^{14}}$ Για την συντριπτική πλειοψηφία των εκλάμψεων δεν υπάρχουν στοιχεία για την εκπομπή τους σε ενέργειες $>100~{\rm MeV}.$



Σχήμα 5.11: Το φάσμα εκπομπής μίας έκλαμψης ακτίνων γ.

η ενεργειακή εξάρτηση της ενεργού διατομής κάνει τους υπολογισμούς πολύπλοκους. Εδώ θα παρουσιάσουμε μόνο έναν απλό τρόπο να υπολογίσουμε τις ενεργητικές απώλειες των ηλεκτρονίων.

Έστω λοιπόν ότι μονοενεργητικά ηλεκτρόνια ενέργειας $\gamma m_e c^2$ εισέρχονται σε μονοχρωματικό πεδίο φωτονίων χαρακτηριστικής ενέργειας ε_0 και αριθμητικής πυκνότητας n_0 και έστω ότι ισχύει $\gamma \varepsilon_0 >> m_e c^2$. Σύμφωνα με τα όσα αναφέραμε στην παράγραφο 5.3.3 οι ενεργειακές απώλειες των ηλεκτρονίων δίνονται από την σχέση

$$-\frac{dE}{dt} = <\varepsilon_1 > \frac{dN}{dt} = <\varepsilon_1 > n_0 \sigma_{_{KN}} c$$

Εάν λοιπόν θέσουμε $< \varepsilon_1 > \approx \gamma m_e c^2$ και χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (5.10) παίρνουμε

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{3}{8} \frac{\sigma_{\rm T} c n_0}{\varepsilon_0} m_e c^2 \ln \left(2 \frac{\gamma \varepsilon_0}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right)$$
(5.43)

Συγκρίνοντας την παραπάνω σχέση με την σχέση (5.28) διαπιστώνουμε ότι όσο αυξάνεται η ενέργεια των ηλεκτρονίων και ο σκεδασμός κινείται από το μη σχετικιστικό στο σχετικιστικό όριο, οι ενεργειακές απώλειες των ηλεκτρονίων ουσιαστικά γίνονται σχεδόν ανεξάρτητες της ενέργειας των ηλεκτρονίων. Δεν θα ασχοληθούμε άλλο εδώ με το όριο Klein Nishina παρόλο που αυτό συναντάται συχνά στην Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών— με αποτέλεσμα βέβαια να δυσχεραίνει σημαντικά τους υπολογισμούς.

6. ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΣΥΓΧΡΟΤΡΟΝ

Η ακτινοβολία σύγχροτρον αποτελεί αναμφίβολα τον πιο συχνά απαντώμενο μηχανισμό μη θερμικής ακτινοβολίας στην Αστροφυσική. Όπως αναφέραμε και στο Κεφάλαιο 2 πολλές παρατηρήσεις αποδίδονται σε αυτή: Ακτινοβολία από υπολείμματα υπερκαινοφανών, από pulsars, από τον δίσκο τόσο του Γαλαξία μας όσο και αυτού άλλων γαλαξιών καθώς και από πυρήνες, πίδακες και ραδιολοβούς Ενεργών Γαλαξιών. Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε τα κυριότερα γνωρίσματα του μηχανισμού όπως τις ενεργειακές απώλειες των σωματίων που ακτινοβολούν και το δημιουργούμενο φάσμα εκπομπής. Επίσης θα δώσουμε μια σειρά αστροφυσικών εφαρμογών.

6.1. ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Ο μηχανισμός σύγχροτρον, σε αντίθεση με τον σκεδασμό Compton, αποτελεί έναν "γνήσιο" μηχανισμό εκπομπής φωτονίων¹⁵. Η ακτινοβολία αυτή δημιουργείται από την κίνηση σχετικιστικών ηλεκτρονίων μέσα σε μαγνητικά πεδία. Τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται καθώς διαγράφουν ελικοειδείς τροχιές και αποτέλεσμα αυτής της επιτάχυνσης είναι η ακτινοβολία σύγχροτρον. Μία πλήρης παρουσίαση της σχετικής θεωρίας ξεφεύγει των ορίων του παρόντος. Εδώ θα παρουσιάσουμε μόνο τα αναγκαία εκείνα στοιχεία που είναι απαραίτητα για μια πρώτη κατανόηση του μηχανισμού αυτού.

Το σημείο αφετηρίας είναι η σχέση Larmor (4.1). Ωστόσο χρειάζεται μία γενίκευσή της ώστε να περιλαμβάνει και την περίπτωση ακτινοβολίας σχετικιστικών σωματίων. Αυτό αφήνεται ως άσκηση.

Άσκηση: Ξεκινώντας από την μη σχετικιστική εξίσωση του Larmor $P = \frac{2q^2a^2}{3c^3}$ (όπου

P η ακτινοβολούμενη ισχύς, q το φορτίο του σωματιδίου και a η επιτάχυνσή του) να δείξετε ότι αυτή γενικεύεται για σχετικιστικές ταχύτητες με τη σχέση

$$P = \frac{2q^2}{3c^3}\gamma^4 \left(a_{\perp}^2 + \gamma^2 a_{\prime\prime}^2\right)$$
(6.1)

όπου a_{\perp} και $a_{\prime\prime}$ οι συνιστώσες της επιτάχυνσης κάθετα και παράλληλα στο άνυσμα της ταχύτητας \vec{v} ενώ $\gamma = \left[1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}}{c^2}\right]^{-\frac{1}{2}}$ είναι ο παράγοντας Lorentz του σωματιδίου. *Υπόδειξη:* Στο στιγμιαίο σύστημα ηρεμίας Κ΄ του σωματίδιου ισχύει προφανώς η σχέση $P' = \frac{2q^2 |\underline{a}|^2}{3c^3}$ όπου P' η ισχύς και $|\underline{a'}|$ το μέτρο του τετρανύσματος της επιτάχυνσης. Εάν P είναι η ισχύς ως προς σύστημα ακίνητου παρατηρητή K, τότε να δειχθεί ότι P = P' και ότι το τετράνυσμα της επιτάχυνσης έχει μέτρο

¹⁵ Υπενθυμίζουμε ότι ο αντίστροφος σκεδασμός Compton δεν παράγει φωτόνια αλλά σκεδάζει ήδη υπάρχοντα φωτόνια χαμηλών ενεργειών σε υψηλές ενέργειες.

 $\left|\underline{a'}\right|^{2} = \gamma^{4} \left[\vec{a}^{2} + \gamma^{2} \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^{2}} \right)^{2} \right]$ όπου \vec{a} η (συνήθης) επιτάχυνση και \vec{v} η ταχύτητα του

συστήματος Κ΄ ως προς το σύστημα Κ.

Για να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (6.1) απαιτείται να βρούμε την επιτάχυνση του σωματίου καθώς αυτό κινείται σε μαγνητικό πεδίο έντασης Β. Από την σχετικιστική μορφή της εξίσωσης του Νεύτωνα έχουμε

$$\frac{d}{dt}(\gamma m\vec{\upsilon}) = \frac{q}{c}\vec{\upsilon} \times \vec{B}$$
(6.2)

η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση γράφεται (γιατί;)

$$\gamma m \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{\upsilon} \times \vec{B}$$
(6.3)

Άσκηση: Να λυθεί η εξίσωση (6.3) και να δειχθεί ότι το σωμάτιο εκτελεί ελικοειδή κίνηση (δες Εικόνα 6.1) με συχνότητα περιστροφής (γυροσυχνότητα)

$$\omega_B = \frac{qB}{\gamma mc} \,. \tag{6.4}$$

Επίσης να δειχθεί ότι η γυροακτίνα του σωματιδίου δίνεται από την σχέση

$$r_{\rm g} = \frac{E\upsilon_{\perp}}{qcB} \tag{6.5}$$

όπου E η ενέργεια του σωματιδίου και ν_{\perp} η συνιστώσα της ταχύτητας που είναι κάθετη στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.



Σχήμα 6.1: Ελικοειδής κίνηση φορτισμένου σωματίου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Επειδή η κάθετη συνιστώσα της επιτάχυνσης δίνεται από την σχέση $a_{\perp} = \omega_B \upsilon_{\perp}$, αντικαθιστώντας στην (6.1) παίρνουμε με τη βοήθεια της (6.3)

$$P = \frac{2}{3} \frac{q^4}{m^2 c^3} B^2 \beta_{\perp}^2 \gamma^2.$$
 (6.6)

όπου $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c = v \sin \alpha/c$. Η γωνία α είναι η γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα στη διεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου και της ταχύτητας. Για ισοτροπική κατανομή των ηλεκτρονίων έχουμε

$$<\beta_{\perp}^{2}>=\frac{\beta^{2}}{4\pi}\int\sin^{2}ad\Omega_{\alpha}=\frac{2}{3}\beta^{2}.$$
(6.7)

Στην περίπτωση όπου το φορτισμένο σωμάτιο είναι ηλεκτρόνιο τότε χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.7), (5.8) και (6.7) βρίσκουμε

$$P = \frac{4}{3}\sigma_{\rm T}c\beta^2\gamma^2 u_B \tag{6.8}$$

όπου $u_B = B^2/8\pi$ είναι η ενεργειακή πυκνότητα του μαγνητικού πεδίου.

Άσκηση: Να αποδείξετε την παραπάνω σχέση.

Η σχέση (6.8) δίνει τη συνολική ισχύ της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας και κατά συνέπεια τις ενεργειακές απώλειες των σχετικιστικών ηλεκτρονίων. Χρησιμοποιώντας την μπορούμε να βρούμε τον χρόνο ζωής των ηλεκτρονίων (δες ανάλογη περίπτωση με τον αντίστροφο σκεδασμό Compton—σχέση 5.28)

$$\tau_{syn} = \frac{E_e}{P} = \frac{\gamma m c^2}{\frac{4}{3} \sigma_{\rm T} c \gamma^2 u_B} = \frac{6\pi m c^2}{\sigma_{\rm T} c \gamma B^2} = 7.7 \times 10^8 \gamma^{-1} B^{-2} \,\,\text{sec}$$
(6.9)

δηλαδή τα ηλεκτρόνια υψηλών ενεργειών χάνουν γρηγορότερα την ενέργειά τους από ότι αυτά που έχουν χαμηλές ενέργειες.

Άσκηση: Να λυθεί η διαφορική εξίσωση $-\frac{dE}{dt} = P = \frac{4}{3}\sigma_{\rm T}c\gamma^2 u_B$ με αρχικές συνθήκες $\gamma(t=0) = \gamma_0$. Στη συνέχεια να αντικατασταθεί ο χρόνος με την έκφραση από την σχέση (6.9) και να δειχθεί ότι $\gamma(\tau_{syn}) = \gamma_0$.

Σημείωση: Μία ενδιαφέρουσα ερώτηση αφορά την ακτινοβολία σύγχροτρον από φορτισμένα σωματίδια που δεν είναι ηλεκτρόνια. Με την βοήθεια της σχέσης (6.8) είναι εύκολο να δειχτεί ότι εάν αυτά είναι π.χ. πρωτόνια ίδιου παράγοντα Lorentz με τα ηλεκτρόνια τότε ισχύει

$$\frac{P_e}{P_p} = \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^2 \tag{6.10}$$

συνεπώς η ακτινοβολία των ηλεκτρονίων είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από την ακτινοβολία των πρωτονίων. Εάν λοιπόν μία πηγή περιέχει σχετικιστικά ηλεκτρόνια και πρωτόνια, η ακτινοβολία των πρωτονίων μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα σε σχέση με αυτή που παράγουν τα ηλεκτρόνια και κατά συνέπεια μη ανιχνεύσιμη. Αυτός είναι και ο λόγος που δεν γνωρίζουμε το ποσό των σχετικιστικών πρωτονίων που περιέχουν οι διάφορες πηγές υψηλών ενεργειών.

6.2. ΤΟ ΦΑΣΜΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ: ΜΟΝΟΕΝΕΡΓΗΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΑ

Η μέθοδος εύρεσης του συντελεστή εκπομπής της ακτινοβολίας σύγχροτρον ξεφεύγει των ορίων του παρόντος μαθήματος. Θα αρκεστούμε λοιπόν στη σκιαγράφηση μερικών βασικών νόμων και αρχών που την διέπουν.

Ας ξεκινήσουμε από την μη σχετικιστική περίπτωση. Το ηλεκτρόνιο διαγράφει κυκλική τροχιά με συχνότητα $\omega_{cycl} = eB/mc$ --σχέση (6.4) με $\gamma = 1$, και η ακτινοβολία του είναι όλη σε αυτή τη συχνότητα. Αυτή είναι η γνωστή ακτινοβολία κύκλοτρον που αποτελεί την μη σχετικιστική εκδοχή της σύγχροτρον, η δε συχνότητα ω_{cycl} ονομάζεται συχνότητα κύκλοτρον.

Ποιοτικά θα μπορούσαμε να εξηγήσουμε τη μετάβαση από την ακτινοβολία κύκλοτρον στην σύγχροτρον ως εξής: Από τις σχέσεις για την αποπλάνηση του φωτός (5.11) και (5.12) μπορεί να δειχθεί ότι καθώς αυξάνει η ταχύτητα του ηλεκτρονίου, η ακτινοβολία που εκπέμπεται με μορφή διπόλου στο σύστημα ηρεμίας του (σύστημα Κ΄) αρχίζει σταδιακά να παραμορφώνεται για ακίνητο παρατηρητή (σύστημα Κ)—δες Σχήμα 6.2.





Σχήμα 6.2: Γωνιακή κατανομή της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας στην περίπτωση όπου η ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι κάθετες μεταζύ τους. Το πάνω διάγραμμα είναι όπως αυτή παρουσιάζεται στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου Κ΄ ενώ το κάτω διάγραμμα είναι στο σύστημα του παρατηρητή Κ.

Ασκηση: Να δειχθεί το παραπάνω για την περίπτωση που η πηγή ακτινοβολίας εκπέμπει ισοτροπικά στο σύστημα Κ΄. [Υπόδειζη: Να λύσετε τις σχέσεις (5.11) και (5.12) ως προς θ και να διαπιστώσετε τι συμβαίνει όταν $\theta' = \pi/2$ --προφανώς αφού η ακτινοβολία εκπέμπεται ισοτροπικά στο σύστημα Κ΄, το ποσό της ακτινοβολίας που εκπέμπεται ανάμεσα στις γωνίες (-π/2, π/2) θα ισούται με το ήμισυ της συνολικής εκπομπής. Στη συνέχεια να κάνετε μία γραφική παράσταση της γωνίας $\theta(\theta'=\pi/2)$ σαν συνάρτηση του παράγοντα Lorentz του ηλεκτρονίου γ και να δειχθεί ότι για γ>>1, $\theta(\theta'=\pi/2)$ —Υπάρχει μία προφανής αναλογία της παρούσας άσκησης με αυτή της σ.29].

Εάν λοιπόν θεωρήσουμε μία πρώτη διόρθωση στο ηλεκτρικό πεδίο (και κατά συνέπεια στο πεδίο ακτινοβολίας) λόγω της μη αμελητέας ταχύτητας του ηλεκτρονίου, τότε είναι δυνατόν να δειχθεί ότι το ηλεκτρόνιο αρχίζει να ακτινοβολεί

σε μια σειρά αρμονικές της βασικής γυροσυχνότητας $\omega_{\rm B}$. Όσο αυξάνεται η ταχύτητα του ηλεκτρονίου τόσο αυξάνεται το πλάτος αυτών των αρμονικών και το φάσμα από γραμμικό γίνεται σταδιακά συνεχές. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 6.3 όπου παρουσιάζεται το φάσμα των αρμονικών τις οποίες εκπέμπει ένα σχετικιστικό ηλεκτρόνιο.





Το ζητούμενο είναι να βρούμε την μέγιστη συχνότητα που μπορεί να εκπέμψει ηλεκτρόνιο ενέργειας γmc^2 κινούμενο σε μαγνητικό πεδίο έντασης *B*. Όπως αποδεικνύεται από τη θεωρία της ακτινοβολίας, με την βοήθεια των μετασχηματισμών Fourier, εάν ένας ηλεκτρομαγνητικός παλμός έχει χρονική διάρκεια Δt, τότε η εκπομπή φτάνει μέχρι συχνότητες της τάξης $\omega_{max} \sim \Delta t^{-1}$, δηλαδή οι αρμονικές εκτείνονται σε υψηλότερες συχνότητες για βραχύβιους παλμούς.

Έστω Δθ το άνοιγμα του κώνου μέσα στον οποίο ακτινοβολεί το ηλεκτρόνιο. Ο παρατηρητής θα λαμβάνει εκπομπή όσο αυτό βρίσκεται ανάμεσα στις θέσεις 1 και 2—δες Σχήμα 6.4. Ζητάμε λοιπόν την διάρκεια του παλμού όπως την μετράει ένας ακίνητος παρατηρητής. Αυτή προφανώς είναι διαφορετική από τον χρόνο Δt που χρειάζεται το ηλεκτρόνιο να φτάσει από τη θέση 1 στη θέση 2.



Σχήμα 6.4: Κώνοι εκπομπής του ηλεκτρονίου κατά μήκος της τροχιάς του.

Η εξίσωση (6.3) γράφεται κατά μέτρο και για μικρές διαφορές Δυ, Δt

$$\gamma m \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{q}{c} \upsilon B \sin \alpha$$

Χρησιμοποιώντας τη γνωστή σχέση $|\Delta \vec{v}| = \Delta v = v \Delta \theta$ και τον ορισμό της γυροσυχνότητας, σχέση (6.4), βρίσκουμε (να δειχθεί!)

$$\Delta t = \frac{\Delta \theta}{\omega_B \sin \alpha} \, .$$

Όπως όμως δείξαμε και στην αρχή της παρούσας παραγράφου, για την περίπτωσή μας ισχύει ότι $\Delta\theta \approx 2/\gamma$, οπότε η παραπάνω σχέση γράφεται

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{2}{\gamma \omega_B \sin \alpha} \,. \tag{6.11}$$

Ωστόσο η διαφορά Δt εξαρτάται από τις χρόνικές στιγμές t_1 και t_2 που αποτελούν τις χρονικές στιγμές εκπομπής του παλμού. Η χρονική διαφορά που θα μετρήσει ο παρατηρητής θα είναι σημαντικά μικρότερη γιατί το σωματίδιο κινείται προς τη διεύθυνση του παρατηρητή και με ταχύτητα σχεδόν ίση με την ταχύτητα του φωτός¹⁶. Αφήνεται ως άσκηση να δειχτεί ότι εάν $\Delta \tilde{t}$ η χρονική διαφορά των χρόνων άφιξης, τότε ισχύει

$$\Delta \tilde{t} = \Delta t \left(1 - \frac{\nu}{c} \right) \approx \frac{\Delta t}{2\gamma^2} \,. \tag{6.12}$$

Συνεπώς, σύμφωνα με τα όσα αναφέραμε προηγουμένως για την μέγιστη συχνότητα, έχουμε $\omega_{\max} \sim \Delta \tilde{t}^{-1} \approx \gamma^3 \omega_{\rm B} \sin \alpha$. Εάν επί πλέον χρησιμοποιήσουμε την σχέση (6.4) και θέσουμε $\omega = 2\pi v$, βρίσκουμε

$$v_{\max} \approx \frac{qB}{2\pi mc} \gamma^2 \sin \alpha \tag{6.13}$$

που αποτελεί και μία πρώτη ποιοτική προσέγγιση της μέγιστης συχνότητας εκπομπής. Όπως λεπτομερείς υπολογισμοί αποδεικνύουν¹⁷ το φάσμα που ακτινοβολείται

Όπως λεπτομερείς υπολογισμοί αποδεικνύουν¹⁷ το φάσμα που ακτινοβολείται από μονοενεργητικά ηλεκτρονια δίνεται από την σχέση

$$j_{syn}(\nu) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin a}{mc^2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right).$$
(6.14)

Η συχνότητα v_c ονομάζεται κρίσιμη και δίνεται από τη σχέση

$$v_c \equiv \frac{3}{4\pi} \gamma^3 \omega_B \sin \alpha = \frac{3}{4\pi} \frac{qB}{mc} \gamma^2 \sin \alpha .$$
 (6.15)

Η συνάρτηση F(x) είναι μία από τις λεγόμενες ειδικές συναρτήσεις και για λόγους πληρότητας δίνουμε τον ορισμό της

$$F(x) \equiv x \int_{x}^{\infty} K_{5/3}(\xi) d\xi$$

όπου $K_{5/3}(\xi)$ είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι ασυμπτωτικές μορφές της F(x):

$$F(x) \propto x^{1/3}$$
 για x<<1
 $F(x) \propto e^{-x} x^{1/2}$
 για x>>1

end auth parousiázei mégisto gia $x\approx 0.3$.

¹⁶ Στην (μη φυσική) οριακή περίπτωση όπου το σωματίδιο κινείται με την ταχύτητα του φωτός η χρονική διάρκεια του παλμού θα ήταν μηδέν.

¹⁷ Δες Rybicki and Lightman, παράγραφος 6.4.

Το Σχήμα 6.5 παρουσιάζει την γραφική παράσταση του εκπεμπόμενου φάσματος [ή, ισοδύναμα, της συνάρτησης F(x)].



Σχήμα 6.5: Φάσμα ακτινοβολίας σύγχροτρον που παράγεται από μονοενεργητικά ηλεκτρόνια σε μαγνητικό πεδίο έντασης Β. Η παράμετρος x ισούται με $x = v/v_c$ όπου v_c είναι η κρίσιμη συχνότητα και δίνεται από τη σχέση (6.14).

Παρατηρούμε ότι το φάσμα της ακτινοβολίας σύγχροτρον –σχέση (6.14), παρουσιάζει ένα μέγιστο που περιγράφεται κατά προσέγγιση από την σχέση (6.15). Και οι δύο αυτές συναρτήσεις εξαρτώνται από τρεις παραμέτρους, δηλαδή τον παράγοντα Lorentz του σωματιδίου, την ένταση του μαγνητικού πεδίου και την γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σωματιδίου με το μαγνητικό πεδίο. Στις αστροφυσικές εφαρμογές αυτές οι παράμετροι είναι άγνωστες. Είναι φανερό ότι απαιτούνται, τουλάχιστον σε πρώτη προσέγγιση, μερικές υποθέσεις για να απαλείψουμε αυτούς τους αγνώστους. Η πρώτη υπόθεση είναι προφανής και μπορεί να εφαρμοσθεί στην πλειοψηφία των αστροφυσικών πηγών. Θεωρούμε λοιπόν ότι τα ηλεκτρόνια έχουν *ισοτροπική* κατανομή, και συνεπώς μπορούμε να ολοκληρώσουμε το φάσμα εκπομπής (6.14) ως προς $d\Omega_{\alpha}$. Προσεγγιστικά μπορούμε να θεωρήσουμε ως συχνότητα της μέγιστης εκπομπής --που είναι ανεξάρτητη βέβαια της γωνίας α, την συχνότητα

$$v_0 \approx \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{mc} \gamma^2. \tag{6.16}$$

Για την περίπτωση όπου τα σωματίδια είναι ηλεκτρόνια, η παραπάνω σχέση γράφεται $v_0 \approx 2.8 \times 10^6 B \gamma^2 Hz$ (6.17)

όπου το B δίνεται σε Gauss. Αυτή η σχέση, αν και προσεγγιστική, επιτρέπει μία εύκολη εκτίμηση της ενέργειας των ηλεκτρονίων που ακτινοβολούν, εάν γνωρίζουμε βέβαια την ένταση του μαγνητικού πεδίου. Θα χρησιμοποιήσουμε αυτή την σχέση στην παράγραφο όπου θα εξετάσουμε τις εφαρμογές της ακτινοβολίας σύγχροτρον.

6.3. ΤΟ ΦΑΣΜΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ: ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΑ ΜΕ ΝΟΜΟ ΔΥΝΑΜΗΣ

Όπως θα δείξουμε για την ενδιαφέρουσα περίπτωση όπου τα ηλεκτρόνια έχουν κατανομή που είναι νόμος δύναμης, δηλαδή

$$N_{e}(\gamma) = k_{e} \gamma^{-p} \qquad \gamma \iota \alpha \ \gamma_{\min} \le \gamma \le \gamma_{\max}$$

$$N_{e}(\gamma) = 0 \qquad \gamma \iota \alpha \ \gamma < \gamma_{\min} \ \dot{\eta} \ \gamma > \gamma_{\max}$$
(6.18)

και

το παραγόμενο φάσμα της ακτινοβολίας σύγχροτρον έχει πολλά κοινά με αυτό του αντίστροφου σκεδασμού Compton (δες παράγραφο 5.3.4)

Όπως και σε εκείνη την περίπτωση, το φάσμα εκπομπής των φωτονίων που παράγεται βρίσκεται αν ολοκληρώσουμε το φάσμα ενός ηλεκτρονίου (σχέση 6.14) ως προς όλες τις ενέργειες. Για να κρατήσουμε μια αναλογία με την σχέση (5.38) χρησιμοποιούμε την ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου αντί της συχνότητάς του. Έχουμε λοιπόν

$$I_{syn}^{pl}(\varepsilon) = \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} d\gamma N_e(\gamma) j_{syn}(\varepsilon) .$$
(6.19)

Παρόλο που το ολοκλήρωμα υπολογίζεται αναλυτικά¹⁸, σε μία πρώτη προσέγγιση θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε, όπως και στην ανάλογη περίπτωση του αντίστροφου σκεδασμού Compton, ότι όλη η ακτινοβολία μονοενεργητικών ηλεκτρονίων εκπέμπεται σε ενέργεια $\varepsilon_0 = h v_0$ (σχέση 6.16), οπότε γράφουμε

$$j_{svn}(\varepsilon) \approx A\varepsilon_0 \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$$
.

Η σταθερά Α υπολογίζεται από την απαίτηση ο ρυθμός της ακτινοβολούμενης ενέργειας να ισούται με τον ρυθμο απώλειας ενέργειας των ηλεκτρονίων που δίνεται από την σχέση (6.8).

Άσκηση: Να δειχθεί ότι
$$A = \frac{\sigma_T m c^2}{3hq} B$$

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να γράψουμε προσεγγιστικά την σχέση (6.19)

$$I_{syn}^{pl}(\varepsilon) = \frac{1}{6} k_e \frac{\sigma_T mc^2}{eh} \left[\frac{\hbar e}{mc} \right]^{\frac{p-1}{2}} B^{\frac{p+1}{2}} \varepsilon^{-\frac{p-1}{2}} \quad \text{yia } \varepsilon_{\min} \le \varepsilon \le \varepsilon_{\max}$$
(6.20)

$$\delta \pi \text{ov } \varepsilon_{\min} \approx \frac{\hbar q B}{mc} \gamma_{\min}^2 \quad \text{koi } \varepsilon_{\max} \approx \frac{\hbar q B}{mc} \gamma_{\max}^2 .$$

Άσκηση: Να αποδειχτεί η παραπάνω σχέση.

Η σχέση (6.20) φανερώνει ότι, όπως και στην περίπτωση του αντίστροφου σκεδασμού Compton, ηλεκτρόνια με κατανομή νόμο δύναμης εκθέτη –p δημιουργούν φωτόνια με δείκτη –(p-1)/2, ισχύει δηλαδή και πάλι η σχέση (5.42). Τον ίδιο νόμο δύναμης θα βρίσκαμε εάν χρησιμοποιούσαμε την σχέση (6.14) αντί της συνάρτησης δέλτα. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα (6.6) που δείχνει την συνέλιξη του συντελεστή

¹⁸ Δες Longair παράγραφο 18.1.5.

εκπομπής με την κατανομή των ηλεκτρονίων. Το πρώτο (από αριστερά) είναι το φάσμα εκπομπής που δημιουργούν ηλεκτρόνια με παράγοντες Lorentz γ_{\min} , το αμέσως επόμενο αυτό που δημιουργούν ηλεκτρόνια με παράγοντες $\gamma_{\min} + \Delta \gamma$, κ.ο.κ. μέχρι το τελευταίο που δημιουργείται από ηλεκτρόνια με παράγοντες Lorentz γ_{\max} . Στο σχήμα φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο αυτός ο αλγόριθμος δημιουργεί ένα νόμο δύναμης.



Σχήμα 6.6: Σχηματική παράσταση του φάσματος που δημιουργείται από ηλεκτρόνια με νόμο δύναμης.

6.4. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΟΝ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΣΚΕΔΑΣΜΟ COMPTON

Τόσο η ακτινοβολία σύγχροτρον, όσο και ο αντίστροφος σκεδασμός Compton, αποτελούν πολύ σημαντικές φυσικές διαδικασίες για την Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών καθώς όλες οι αστροφυσικές πηγές υψηλών ενεργειών περιέχουν και μαγνητικά πεδία και φωτόνια χαμηλών ενεργειών. Το πρώτο ερώτημα είναι ποιά διαδικασία θα επικρατήσει καθώς οι δύο ανταγωνίζονται για τις ενεργειακές απώλειες των σχετικιστικών ηλεκτρονίων. Μία απλή σύγκριση των ενεργειακών απωλειών στη περίπτωση της ακτινοβολίας σύγχροτρον και του αντίστροφου σκεδασμού Compton (σχέσεις 5.28 και 6.8) δίνει

$$\frac{P_{syn}}{P_{ics}} = \frac{u_B}{u_{\phi \omega \tau}}$$
(6.21)

που είναι ανεξάρτητη της ενέργειας των ηλεκτρονίων. Εάν ο λόγος αυτός είναι >1 θα επικρατήσει η ακτινοβολία σύγχροτρον ενώ εάν <1 θα επικρατήσει ο αντίστροφος σκεδασμός Compton.

Ένα δεύτερο ερώτημα αφορά τη σύγκριση των ενεργειών που αυτοί οι μηχανισμοί δημιουργούν/σκεδάζουν φωτόνια. Από τις σχέσεις (5.34) και (6.17) παρατηρούμε ότι αυτές είναι ανάλογες του τετράγωνου της ενέργειας του

ηλεκτρόνιου. Έστω τώρα μία πηγή, π.χ. ένας ενεργός γαλαξίας, που περιέχει μαγνητικό πεδίο έντασης Β, υπόβαθρο μονοχρωματικών φωτονίων χαμηλής ενέργειας ε_0 και σχετικιστικά ηλεκτρόνια ενέργειας ymc^2 . Για να συγκρίνουμε καλύτερα τις ενέργειες εκπομπής/σκεδασμού των φωτονίων τις μετατρέπουμε καταρχή στις ίδιες μονάδες –και μια καλή εκλογή είναι να τις εκφράσουμε σε μονάδες της ενέργειας ηρεμίας του ηλεκτρόνιου mc^2 . Για την περίπτωση του αντίστροφου σκεδασμού Compton έχουμε από την σχέση (5.34) ότι το μέσο φωτόνιο σκεδάζεται σε ενέργεια

$$\widetilde{\varepsilon}_{ics} \approx \frac{\varepsilon_0}{mc^2} \gamma^2$$

όπου έχουμε παραλείψει τον παράγοντα 4/3 για λόγους απλότητας. Από την άλλη, η ενέργεια ενός μέσου φωτονίου που παράγεται κατά την ακτινοβολία σύγχροτρον είναι

$$\widetilde{\varepsilon}_{syn} \approx \frac{h v_0}{mc^2} \approx \frac{B}{B_{cr}} \gamma^2$$

όπου $B_{cr} = \frac{m^2 c^3}{e\hbar} = 4.413 \times 10^{13}$ Gauss είναι η κρίσιμη ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Σημείωση: Η κρίσιμη ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι η ιδεατή εκείνη ένταση για την οποία ένα μη σχετικιστικό σωμάτιο ακτινοβολεί την μάζα ηρεμίας του. Πράγματι εάν αντικαταστήσουμε στη συχνότητα κύκλοτρου το B με το B_{cr} βρίσκουμε $\hbar\omega_{cvel} = mc^2$.

Επειδή για την συντριπτική πλειοψηφία των αστροφυσικών πηγών ισχύει $B/B_{cr} << \varepsilon_0/mc^2$ διαπιστώνουμε ότι ο αντίστροφος σκεδασμός Compton παράγει πολύ πιο ενεργητικά φωτόνια από ότι η ακτινοβολία σύγχροτρον παρόλο που τα ηλεκτρόνια έχουν την *ίδια* ενέργεια και στις δύο περιπτώσεις—παραδείγματα θα δοθούν αμέσως πιο κάτω στις εφαρμογές.

6.5. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Εφαρμογή 1: Από ραδιοπαρατηρήσεις σε συχνότητες από 10 MHz έως 10 GHz διαπιστώνουμε ότι υπάρχει εκπομπή που είναι διάχυτη σε όλο τον Γαλαξία. Αυτή προέρχεται από ακτινοβολία σύγχροτρον ηλεκτρονίων καθώς αυτά κινούνται στο δίσκο και την άλω του Γαλαξία που περιέχει μαγνητικό πεδίο έντασης ~3 μGauss.

Η σχέση (6.17) μας επιτρέπει να βγάλουμε μερικά συμπεράσματα για την ενέργεια των ηλεκτρονίων εάν γνωρίζουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο αυτά ακτινοβολούν. Μία απλή εφαρμογή της αποδεικνύει ότι τα ηλεκτρόνια που ακτινοβολούν σε αυτές τις συχνότητες έχουν ενέργειες από 500 MeV έως 15 GeV. Αυτές οι παρατηρήσεις αποτελούν απόδειξη ότι η κοσμική ακτινοβολία βρίσκεται παντού στον Γαλαξία και δεν είναι απλώς ένα τοπικό φαινόμενο. Ο χρόνος ζωής των ηλεκτρονίων αυτών υπολογίζεται, ανάλογα με την ενέργειά τους, από 80 έως 2.500 εκατομμύρια χρόνια, αλλά αυτός είναι μόνο ένα πάνω όριο (γιατί;).



Σχήμα 6.7: Το φάσμα της ραδιοεκπομπής του Γαλαζία από το αντίκεντρο (Ι) και το τον εσωτερικό βραχίονα (ΙΙ).

Ωστόσο υπάρχει ακόμα μία ενδιαφέρουσα συνέπεια των παραπάνω συμπερασμάτων. Τα ηλεκτρόνια που παράγουν την ραδιοεκπομπή θα σκεδάσουν επίσης τα φωτόνια του μικροκυματικού υπόβαθρου σε ενέργειες από $\varepsilon_{\min} \approx (4/3)(2.7kT_b)\gamma_{\min}^2 \approx .8 \text{ keV } \sigma \varepsilon \ \varepsilon_{\max} \approx (4/3)(2.7kT_b)\gamma_{\max}^2 \approx .8 \text{ MeV } (\sigma \chi \acute{\epsilon} \sigma \eta 5.34),$ που βρίσκονται στην περιοχή των ακτίνων Χ/γ - εδώ φαίνεται και αυτό που αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο σχετικά με τη διαφορά στις ενέργειες των φωτονίων που παράγουν οι δύο μηχανισμοί. Το ερώτημα που τίθεται είναι εάν αυτά τα φωτόνια υψηλών ενεργειών θα έχουν κάποια αξιόλογη λαμπρότητα. Η σχέση (6.21) μας παρέχει μία άμεση απάντηση. Πράγματι η ενεργειακή πυκνότητα του μαγνητικού πεδίου του Γαλαξία είναι $u_B = B^2/8\pi \approx 3.6 \times 10^{-13}$ erg/cm³ $\approx .22$ eV/cm 3 , evó η energeiaký puknóthta twn qwitoníwn tou mikrokumatikoú upóbabrou είναι $u_{\phi\omega\tau} = \alpha T^4 = (4\sigma/c) T^4 = 4. \times 10^{-13} \text{ erg/cm}^3 \approx .25 \text{ eV/cm}^3$. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι τα ηλεκτρόνια θα χάσουν το ίδιο ποσό της ενέργειάς τους ακτινοβολώντας φωτόνια σύγχροτρον και σκεδάζοντας φωτόνια του μικροκυματικού υπόβαθρου. Συνεπώς οι λαμπρότητες των φωτονίων στις δύο αυτές περιοχές θα είναι ίσες μεταξύ τους.

Εφαρμογή 2: Στο προηγούμενο παράδειγμα μπορέσαμε και βρήκαμε την ενέργεια των ηλεκτρονίων γιατί είναι γνωστό το μαγνητικό πεδίο του Γαλαξία μας από διάφορα άλλα δεδομένα. Ωστόσο στις περισσότερες περιπτώσεις η ένταση του μαγνητικού πεδίου διαφόρων κοσμικών πηγών δεν είναι γνωστή και αυτό αφήνει δύο ελεύθερες παραμέτρους στη σχέση (6.16). Για αυτό οι αστροφυσικοί υιοθετούν την υπόθεση ισοκαταμερισμού της ενέργειας που περικλείεται στο μαγνητικό πεδίο και αυτής που περικλείεται στα σωματίδια¹⁹. Όπως θα δείξουμε αυτή η υπόθεση ισοδυναμεί με ελαχιστοποίηση της ενέργειας που υπάρχει στην πηγή.

¹⁹ Αυτή η εφαρμογή έχει ήδη εξετασθεί στα πλαίσια της Αστροφυσικής ΙΙ για τους ραδιολοβούς Ενεργών Γαλαξιών.

Η ενέργει
α $U_{\scriptscriptstyle B}$ που εμπεριέχεται στο μαγνητικό πεδίο πηγής όγκου
 V δίνεται από την σχέση

(Ολική ενέργεια μαγνητικού πεδίου) =

= (Ενεργειακή πυκνότητα μαγνητικού πεδίου) × (Όγκος πηγής)

και συνεπώς

$$U_{B} = u_{B}V = \frac{B^{2}}{8\pi}V.$$
 (6.22)

Εάν η πηγή παρουσιάζει λαμπρότητα L σε κάποια συχνότητα v_* τότε σε πρώτη προσέγγιση το ενέργειακό της περιεχόμενο σε σχετικιστικά ηλεκτρόνια δίνεται από τη σχέση

$$U_e \approx L \tau_{svn}$$

όπου τ_{syn} ο χρόνος ζωής των ηλεκτρονίων με παράγοντα Lorentz γ που εκπέμπουν στη συχνότητα v_* (δες σχέση 6.9). Χρησιμοποιούμε στη συνέχεια τη σχέση (6.16) για να συνδέσουμε τη συχνότητα v_* με τον παράγοντα Lorentz του ηλεκτρονίου και το μαγνητικό πεδίο, υποθέτωντας μονοενεργητική εκπομπή. Έχουμε λοιπόν

$$U_e \approx CL v_*^{-1/2} B^{-3/2} \tag{6.23}$$

όπου $C = 3\sqrt{2\pi} (emc)^{1/2} / \sigma_{\rm T}$. Η παραπάνω σχέση εξαρτάται από δύο παρατηρησιακά δεδομένα, δηλαδή την συχνότητα v_* και τη λαμπρότητα της πηγής L σε αυτή τη συχνότητα, και από μία άγνωστη ποσότητα, την ένταση του μαγνητικού πεδίου B. Για να προσδιορίσουμε το ολικό ενεργειακό περιεχόμενο της πηγής απαιτείται ακόμη και το ενεργειακό της περιεχόμενο σε πρωτόνια U_p . Αυτό, σύμφωνα με τα όσα είπαμε στην παράγραφο 6.2, είναι άγνωστό γιατί, αφού τα πρωτόνια δεν ακτινοβολούν, δεν γνωρίζουμε τίποτε για αυτά. Μπορούμε ωστόσο να διακρίνουμε δύο ακραίες περιπτώσεις ανάλογα με την υπόθεση που κάνουμε για τον μηχανισμό επιτάχυνσης: (1) Τα πρωτόνια επιταχύνονται στην ταχύτητα των ηλεκτρονίων και συνεπώς $U_p = (m_p / m_e)U_e$ και (11) τα πρωτόνια επιταχύνονται στην ενέργεια των ηλεκτρονίων, οπότε $U_p = U_e$.

Άσκηση: Να αποδείξετε τις δύο παραπάνω σχέσεις.

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε $U_p = (1+k)U_e$ με $1 \le k < 2000$, οπότε το ολικό ενεργειακό περιεχόμενο της πηγής γράφεται

$$U = U_e + U_p + U_B = (1+k)U_e + U_B$$
(6.24)

και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (6.22) και (6.23) μπορούμε να εκφράσουμε την ολική ενέργεια σαν συνάρτηση μετρούμενων μεγεθών και του μαγνητικού πεδίου B

$$U = C_1(1+k)B^{-3/2} + C_2B^2.$$
(6.25)

Η ελάχιστη ενέργεια δίνεται για εκείνη την τιμή του μαγνητικού πεδίου η οποία ικανοποιεί την σχέση dU/dB = 0. Αυτή ικανοποιείται όταν

$$U_B = \frac{3}{4}(1+k)U_e, \qquad (6.26)$$

όταν δηλαδή η ενέργεια κατανέμεται (περίπου) εξίσου ανάμεσα στα ενεργητικά σωματίδια και στο μαγνητικό πεδίο. Τα παραπάνω παριστάνονται γραφικά στο Σχήμα 6.8.

Άσκηση: Ξεκινώντας από την σχέση (6.25) να αποδείξετε την (6.26).

Σε αυτή την περίπτωση το μαγνητικό πεδίο δίνεται από τη σχέση $B_{eq} = 3.7 \times 10^3 (1+k)^{2/7} L^{2/7} v_*^{-1/7} R^{-6/7} \text{ Gauss},$ (6.27)

όπου R η ακτίνα της πηγής (θεωρούμενης ως σφαιρικής).



Σχήμα 6.8: Γραφική αναπαράσταση της μεθόδου εύρεσης του μαγνητικού πεδίου που αντιστοιχεί στην ελάχιστη ενέργεια.

Μία εφαρμογή της παραπάνω αρχής μπορεί να γίνει στα υπολείμματα υπερκαινοφανών. Αυτά αποτελούν τις καλύτερες υποψήφιες πηγές επιτάχυνσης της κοσμικής ακτινοβολίας, τουλάχιστον για ενέργειες μέχρι 10¹⁵ eV, που είναι η περιοχή του λεγόμενου ``γόνατου´´ στο φάσμα—δες Σχήμα 2.2. Ανάμεσα στους διάφορες ενδείξεις που έχουμε για αυτό, κεντρική θέση έχουν οι υπολογισμοί του ενεργειακού περιεχόμενου τους σε σχετικιστικά ηλεκτρόνια—το γεγονός ότι τα υπολείμματα υπερκαινοφανών περιέχουν σχετικιστικά ηλεκτρόνια είναι αδιαμφισβήτητο από τις ραδιοπαρατηρήσεις που τα δείχνει να έχουν μη θερμική ακτινοβολία σύγχροτρον.

Το υπόλειμμα υπερκαινοφανούς Cassiopeia A παρουσιάζει λαμπρότητα $L_{\nu} \approx 3 \times 10^{25}$ erg/sec/Hz σε συχνότητα 1 GHz, ενώ η ακτίνα του είναι 1.6 pc. Με βάση αυτά τα δεδομένα βρίσκουμε από τη σχέση (6.27)—χρησιμοποιώντας $L \approx \nu L_{\nu} \approx 3 \times 10^{34}$ erg/sec— ότι $B_{\rm min} \approx .13(1+k)^{2/7}$ mGauss. Από την σχέση (6.17) βρίσκουμε ότι η απαιτούμενη ενέργεια των σχετικιστικών ηλεκτρονίων είναι ~800 MeV. Το ενεργειακό περιεχόμενο της πηγής σε σχετικιστικά σωματίδια (ηλεκτρόνια και πρωτόνια) υπολογίζεται (πως;) σε $4 \times 10^{47} (1+k)^{4/7}$ erg. Αυτός είναι ένας μεγάλος αριθμός εάν αναλογισθεί κανείς ότι ένας υπερκαινοφανής εκλύει κατά την έκρηξή του συνολικά ~ 10^{51} erg. Συνεπώς το φαινόμενο του υπερκαινοφανούς μπορεί να μετατρέψει, κατά κάποιο τρόπο, ένα ποσοστό του αρχικού ενεργειακού του προϋπολογισμού σε μη θερμική ενέργεια. Παρατηρησιακά δεδομένα αλλά και θεωρητικές έρευνες υποδεικνύουν ότι τα σχετικιστικά ηλεκτρόνια επιταχύνονται στα ισχυρά κύματα κρούσης που δημιουργούνται κατά την έκρηξη—πράγματι το υλικό του υπερκαινοφανούς κινείται κατά τα πρώτα 300-1000 χρόνια με ταχύτητες ~10.000 km/sec ενώ η ταχύτητα του ήχου στο μεσοαστρικό υλικό είναι μόλις 10 km/sec.

Άσκηση: Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που κινούνται με την ταχύτητα της έκρηξης. Θα μπορούσαν αυτά να δημιουργούν την ραδιοεκπομπή;

Σημείωση: Το πρόβλημα της επιτάχυνσης σωματιδίων στα ωστικά κύματα που συνδέονται με τα κελύφη υπερκαινοφανών προσκρούει και σε ένα άλλο πρόβλημα. Από τους υπολογισμούς που κάναμε παραπάνω φαίνεται ότι η ενέργεια των ηλεκτρονίων που παράγουν την ραδιοεκπομπή είναι της τάξης ~GeV. Αυτές οι ενέργειες είναι μεν σχετικιστικές, δεν μπορούν όμως να συγκριθούν με τις ενέργειες της κοσμικής ακτινοβολίας στο ``γόνατο'' που φτάνουν έως 10^{14} eV. Μία νέα διάσταση του προβλήματος έδωσαν μόλις το 1996 παρατηρήσεις του ιαπωνικού ανιχνευτή ακτίνων X ASCA. Αυτός ανακάλυψε μη θερμικές²⁰ ακτίνες X από ορισμένα υπολείμματα υπερκαινοφανών που εκτείνονται έως 30 keV. Όλες οι ενδείξεις συγκλίνουν στο ότι η ακτινοβολία αυτή είναι σύγχροτρον. Σε αυτή την περίπτωση μία ακόμα εφαρμογή της σχέσης (6.17) δίνει την ενέργεια των ηλεκτρονίων σε ~70 –100 TeV που είναι πολύ κοντά στις ζητούμενες.

Εφαρμογή 3: Αναμφίβολα η μη θερμική πηγή με το καλύτερα καταγραμμένο φάσμα είναι το Νεφέλωμα του Καρκίνου. Το φάσμα της εκτεινεται 21 τάξεις μεγέθους, από τα ραδιοκύματα έως τις ακτίνες γ πολύ υψηλών ενεργειών. Η πηγή αυτή είναι το υπόλειμμα της έκρηξης ενός υπερκαινοφανούς το 1054 μ.Χ. στον αστερισμό του Ταύρου. Πηγή ενέργειάς του είναι ο Crab pulsar που περιστρέφεται 190 φορές το δευτερόλεπτο. Η ακτινοβολία από συχνότητες~10⁸ Ηz έως 10²³ Ηz προέρχεται από



Σχήμα 6.9: Το φάσμα εκπομπής του Νεφελώματος του Καρκίνου. Αυτό προέρχεται από μη θερμική εκπομπή σχετικιστικών ηλεκτρονίων (σύγχροτρον/αντίστροφος σκεδασμός Compton). Είναι ενδιαφέρον να συγκρίνει κανείς την φασματική αυτή μορφή με το φάσμα μελανού σώματος που εκπέμπεται στο υπέρυθρο (FIR) από θερμή σκόνη και σημειώνεται στο σχήμα με διακεκομμένη γραμμή.

²⁰ Τα υπολείμματα υπερκαινοφανών εκπέμπουν στις ακτίνες Χ αλλά η εκπομπή τους αποδίδεται σε θερμική ακτινοβολία πέδης από αέριο που έχει θερμανθεί από το κύμα κρούσης του υπερκαινοφανούς. Η μη θερμική ακτινοβολία που ανακαλύφθηκε πρόσφατα αποτελεί μία άλλη συνιστώσα, εντελώς διαφορετικής προέλευσης.

ακτινοβολία σύγχροτρον²¹, ενώ οι ακόμα μεγαλύτερες συχνότητες παράγονται από αντίστροφο σκεδασμό Compton. Το μαγνητικό πεδίο του υπολείμματος υπολογίζεται σε ~1 mGauss που σημαίνει ότι η υψηλότερη ενέργεια των ηλεκτρονίων είναι της τάξης των $\sim 3 \times 10^{15}$ eV ενώ τα ραδιοκύματα δημιουργούνται από ηλεκτρόνια ~ 100 MeV. Παρατηρούμε επίσης ότι το φάσμα του αποτελείται από νόμο δύναμης με μεταβαλλόμενο δείκτη που μάλιστα αυξάνει όσο αυξάνει η ενέργεια. Αυτό οφείλεται στους διαφορετικούς χρόνους γήρανσής των ηλεκτρονίων που ακτινοβολούν. Πράγματι από τη σχέση (6.9) συνάγουμε ότι για τα χαμηλής ενέργειας ηλεκτρόνια ο γρόνος ζωής είναι περί τα 100.000 γρόνια, που είναι πολύ μεγαλύτερος της ηλικίας του υπολείμματος (~1.000 γρόνια). Αντίθετα τα ηλεκτρόνια υψηλών ενεργειών έγουν χρόνο ζωής περί την μία ημέρα. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι τα χαμηλής ενέργειας ηλεκτρόνια δεν έχουν προλάβει ακόμα να ακτινοβολήσουν ένα σημαντικό μέρος της ενέργειας τους ενώ αντίθετα για τα ηλεκτρόνια υψηλών ενεργειών απαιτείται συνεγής ανανέωση. Αυτές οι διαφορές οδηγούν στο ενδιαφέρον πρόβλημα της εξέλιξης των σγετικιστικών ηλεκτρονίων μέσα σε πηγές ακτινοβολίας σύγχροτρον και προκαλούν τη συγκεκριμένη μορφή του φάσματος εκπομπής του Νεφελώματος.

Εφαρμογή 4: Μία ακόμα μεγάλη κατηγορία πηγών ακτινοβολίας σύγχροτρον αποτελούν οι ενεργοί γαλαξίες. Για παράδειγμα, οι χαμηλές ενέργειες (ράδιο έως ακτίνες X) του φάσματος εκπομπής του blazar Markarian 421 (Σχήμα 5.9) προέρχονται από τον μηχανισμό αυτό. Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι υψηλές ενέργειες (ακτίνες γ) προέρχονται από αντίστροφο σκεδασμό Compton. Αποδεικνύεται ότι είναι τα ίδια ηλεκτρονια που δημιουργούν την ακτινοβολία στις δύο αυτές φασματικές περιοχές. Ο συνδυασμός των δύο αυτών μηχανισμών σκεδασμού και ακτινοβολίας και η σύγκριση με τα παρατηρησιακά δεδομένα σε όλο το εύρος του Η/Μ φάσματος οδήγησε, κατά την τελευταία δεκαετία, σε μία πληθώρα στοιχείων για τις μέχρι τότε άγνωστες φυσικές συνθήκες στις πηγές αυτές.

²¹ Το Νεφέλωμα του Καρκίνου ήταν η πρώτη αστροφυσική πηγή για την οποία εφαρμόστηκε η θεωρία της ακτινοβολίας σύγχροτρον από τον Ρώσο αστροφυσικό Shklovskii.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Thomas K. Gaisser 'Cosmic Rays and Particle Physics', Cambridge University Press. Μία συνοπτική μονογραφία που συνδυάζει στοιχεία Φυσικής Κοσμικής Ακτινοβολίας, Φυσικής Στοιχειωδών Σωματίων και Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών. Από τα πρώτα εγχειρίδια που είναι γραμμένα στο πνεύμα της Αστροσωματιδιακής Φυσικής.

George B. Rybicki, Alan P. Lightman 'Radiative Processes in Astrophysics', John Wiley & Sons: Ένα εξαιρετικό, αλλά απαιτητικό, βιβλίο με έμφαση στις εφαρμογές της θεωρίας της Ακτινοβολίας στην Αστροφυσική. Το βιβλίο από το οποίο διδάσκεται η Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών (και όχι μόνο) στα περισσότερα Πανεπιστήμια.

Malcolm S. Longair 'High Energy Astrophysics', Cambridge University Press: Δύο τόμοι που καλύπτουν σε βάθος τα θέματα της Αστροφυσικής Υψηλών Ενεργειών και της Φυσικής της Κοσμικής Ακτινοβολίας, τόσο από πλευράς φυσικών μηχανισμών όσο και από πλευράς εφαρμογών. Λιγότερο μαθηματικά δομημένο από το προηγούμενο, αλλά πιο ευρύ.

Frank Shu `The Physics of Astrophysics. Volume I: Radiation', University Science Books: Παρόμοιο σε πνεύμα με το βιβλίο των Rybicki και Lightman, αλλά με λιγότερες εφαρμογές στην Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών.

George R. Blumenthal, Robert J. Gould 'Bremsstrahlung, Synchrotron Radiation, and Compton Scattering of High-Energy Electrons Traversing Dilute Gases' Reviews of Modern Physics, vol. 42, pp. 237-270, 1970. Άρθρο επισκόπησης.