

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά

**ΤΑΞΗ:** Α' Γυμνασίου

**ΕΝΟΤΗΤΕΣ:**

1. Η έννοια του κλάσματος
2. Ισοδυναμία κλασμάτων
3. Σύγκριση κλασμάτων
4. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων
5. Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων

**ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:** Άγγελος Γιαννούλας

## ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο συγκεκριμένος διδακτικός σχεδιασμός αποσκοπεί στο να καταστήσει τους μαθητές ικανούς:

- ✓ να δραστηριοποιούνται σε διαδικασίες ανάλυσης και σύνθεσης,
- ✓ να εμπλέκονται σε ομαδοσυνεργατικές δραστηριότητες,
- ✓ να επισημάνουν τη διεπιστημονικότητα των μαθηματικών εννοιών,
- ✓ να ασκηθούν στην (επιστημονική) προσέγγιση ενός θέματος ως «ειδικό»,

με σκοπό την εποικοδομητική και ουσιαστική μάθηση (μαθαίνουν πώς να μαθαίνουν) των κλασμάτων και των χαρακτηριστικών τους.

Η όλη διαδικασία του διδακτικού σχεδιασμού αναπτύσσεται μέσα από δραστηριότητες όπου οι μαθητές:

- ✓ εργάζονται σε ομάδες,

## «Τα κλάσματα»

---

- ✓ συγκεντρώνουν πληροφορίες για τις έννοιες, τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες των κλασμάτων,
- ✓ συνθέτουν τις πληροφορίες και τις αναπαριστούν σύμφωνα με το δικό τους τρόπο σκέψης και δομής,
- ✓ αξιοποιούν τις δυνατότητες που τους δίνονται από τη χρήση των ΤΠΕ για την αναπαράσταση των δομών που δημιούργησαν και την αξιολόγησή τους.

### ΓΕΝΙΚΟΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

Το συγκεκριμένο σενάριο ακολουθεί το «Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών» για τη Διδακτική των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο και έχει ως σκοπό να προσφέρει στην επίτευξη των επόμενων γενικών διδακτικών στόχων:

- ✓ Οι μαθητές να καταστούν ικανοί να αναγνωρίζουν τις νέες έννοιες ως ολοκληρωμένες μαθηματικές οντότητες και να κατανοήσουν τα επιμέρους στοιχεία τους και τις ιδιότητες που τα διέπουν (μαθηματική διάσταση).
- ✓ Να διαθέτουν την ικανότητα της ερμηνείας των νέων εννοιών, όρων και συμβόλων (γλωσσική διάσταση).
- ✓ Να εφαρμόζουν τις νέες έννοιες (πρακτική χρήση):
  - σε διαφορετικά επιστημονικά πεδία,
  - σε καταστάσεις πραγματικές.
- ✓ Να συνδέουν τις έννοιες των κλασμάτων με τις πρότερες γνώσεις (δομή).
- ✓ Ν' αναπτύξουν αναλυτικό συλλογισμό (μεθοδολογική διάσταση).

### ΕΙΔΙΚΟΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

#### A. ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΓΝΩΣΤΙΚΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Μέσα από το συγκεκριμένο διδακτικό σχεδιασμό επιζητείται να καταστούν ικανοί οι μαθητές:

- ✓ Να ορίζουν τα κλάσματα ως ολότητες και ως μέρος ενός συνόλου.
- ✓ Να αναγνωρίζουν και να ορίζουν:
  - τους όρους ενός κλάσματος,
  - τα ομώνυμα και τα ετερόνυμα κλάσματα,
  - τα ισοδύναμα κλάσματα,

## «Τα κλάσματα»

---

- τα ανάγωγα κλάσματα,
  - τα σύνθετα κλάσματα,
  - τους μικτούς αριθμούς.
- ✓ Να μετατρέπουν:
- ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα,
  - ένα κλάσμα σε ανάγωγο κλάσμα,
  - ένα μικτό αριθμό σε κλάσμα και το αντίστροφο,
  - σύνθετα κλάσματα σε απλά κλάσματα.
- ✓ Να τελούν τις πράξεις:
- πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων/μικτών αριθμών,
  - πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων/μικτών αριθμών.

### **B. ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗ ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ**

Επιδιώκεται οι μαθητές:

- ✓ Να μάθουν να εργάζονται ομαδικά.
- ✓ Να αναπτύξουν τη μαθηματική τους έκφραση (επεξήγηση, ερμηνεία).
- ✓ Να αναπτύξουν ικανότητες συζήτησης και επικοινωνίας.
- ✓ Να αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη θέτοντας ερωτήματα του τύπου «τι θα συνέβαινε εάν ...».
- ✓ Να αναπτύξουν ικανότητες ανάλυσης, σύνθεσης και (αυτο)αξιολόγησης.

### **Γ. ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΤΠΕ**

Επιδιώκεται οι μαθητές:

- ✓ Να καλλιεργήσουν δεξιότητες χρήσης λογισμικών για τη μελέτη του αλγεβρικού λογισμού.
- ✓ Να κατανοήσουν τις δυνατότητες των ΤΠΕ στη δημιουργία και στην αξιοποίηση πολλαπλών αναπαραστάσεων των μαθηματικών εννοιών.
- ✓ Να αναγνωρίσουν τις δυνατότητες χρήσης των ΤΠΕ στην Επιστήμη των Μαθηματικών και των Θετικών Επιστημών γενικότερα.

# «Τα κλάσματα»

---

## ΜΕΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- ✓ Λογισμικό εννοιολογικής χαρτογράφησης (π.χ. CMap Tools, Belvedere, Inspiration).

## ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ

- ✓ Εξοικείωση του Εκπαιδευτικού με το λογισμικό χαρτογράφησης εννοιών.
- ✓ Εξοικείωση των μαθητών με τη χαρτογράφηση εννοιών<sup>1</sup>.
- ✓ Εγκατάσταση στους υπολογιστές των μαθητών της εφαρμογής εννοιολογικής χαρτογράφησης.

## ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ

- ✓ Ολοκληρωμένη διδασκαλία των αντίστοιχων ενοτήτων από το βιβλίο Μαθηματικών του μαθητή της Α' Γυμνασίου.
- ✓ Επεξήγηση της έννοιας της χαρτογράφησης εννοιών με παραδείγματα τόσο από το γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών όσο και από άλλα πεδία.
- ✓ Επίδειξη της χρήσης του λογισμικού χαρτογράφησης εννοιών.

---

<sup>1</sup> Η εξοικείωση των μαθητών με τη χαρτογράφηση εννοιών αφορά τη γνώση στον τρόπο δημιουργίας ενός χάρτη ιδεών/εννοιών, ήτοι, στην παρούσα διαδικασία, της διαγραμματικής διασύνδεσης των τριάδων «έννοια – σύνδεσμος – έννοια».

## «Τα κλάσματα»

---

### ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ (4 διδακτικές περίοδοι)

1. Οι μαθητές χωρίζονται σε 4 ομάδες, τις Α, Β, Γ και Δ.
2. Κάθε ομάδα έχει ως ευθύνη την ανάλυση της θεωρίας των κεφαλαίων όπως παρακάτω:
  - a. Ομάδα Α: «Η έννοια του κλάσματος» (κεφ. 2.1).
  - b. Ομάδα Β: «Ισοδυναμία και σύγκριση κλασμάτων» (κεφ. 2.2 & 2.3).
  - c. Ομάδα Γ: «Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων» (κεφ. 2.4).
  - d. Ομάδα Δ: «Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων» (κεφ. 2.5).
3. Κάθε ομάδα χωρίζεται σε υπο-ομάδες των 2 μαθητών. Η σύνθεση των υπο-ομάδων παραμένει σταθερή στις φάσεις του διδακτικού σχεδιασμού όπου αυτό είναι αναγκαίο.
4. **Α' φάση** : Οι υπο-ομάδες των 2 μαθητών κάθε ομάδας αναπτύσσουν μέσα από τη μεταξύ τους συνεργασία έναν έντυπο χάρτη εννοιών:
  - a. της θεωρίας των αντίστοιχων κεφαλαίων της ομάδας τους,
  - b. με νέα παραδείγματα στις έννοιες που προβάλλουν.
5. **Β' φάση**: Κάθε υπο-ομάδα μεταφέρει τον έντυπο χάρτη εννοιών στην εφαρμογή που αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί, για την παραγωγή του χάρτη σε ψηφιακή μορφή.
6. **Γ' φάση**: Οι μαθητές που ανήκουν σε μια ομάδα συνεργάζονται και ο εκπρόσωπος κάθε υπο-ομάδας παρουσιάζει στην ομάδα το χάρτη εννοιών της υπο-ομάδας του. Μέσα από την ομαδική εργασία όλων των μαθητών της ομάδας δημιουργείται ένας ολοκληρωμένος χάρτης εννοιών για τα αντίστοιχα κεφάλαια.
7. **Δ' φάση**: Δημιουργούνται 4 νέες ομάδες αποτελούμενες από μία υπο-ομάδα από κάθε αρχική ομάδα.
  - a. Η κάθε νέα ομάδα προσπαθεί να συνθέσει τους 4 χάρτες όλων των υπο-ομάδων σε έναν ολοκληρωμένο χάρτη εννοιών με τις απαραίτητες συνδέσεις μεταξύ των στοιχείων του.
  - b. Οι νέες ομάδες παρουσιάζουν στην ολομέλεια, τους τελικούς χάρτες εννοιών που συνθέτουν το θεωρητικό πλαίσιο ολόκληρου του κεφαλαίου των κλασμάτων. Ετοιμάζουν από κοινού τη τελική

## «Τα κλάσματα»

---

σύνθεση των χαρτών σε έναν ενιαίο χάρτη εννοιών. (τα βήματα α. και β. παραπάνω μπορούν επίσης να γίνουν εξ' ολοκλήρου με τη συμμετοχή όλων).

Η παρουσίαση της εργασίας – με τα ονόματα όλων των παραγόντων – μπορεί:

- ✓ να αναρτηθεί<sup>2</sup> στον ιστοχώρο του σχολείου,
- ✓ να αναρτηθεί σε ιστοχώρους με μαθηματικό περιεχόμενο.

### ΔΟΜΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

Οι μαθητές έχουν προετοιμαστεί για τις δραστηριότητες που θ' ακολουθήσουν. Συγκεκριμένα έχουν προηγηθεί:

- Ενημερωτική εισαγωγή στην έννοια και στη δημιουργία ενός χάρτη εννοιών.
- Γνωριμία με το λογισμικό που θα χρησιμοποιήσουν για τη δημιουργία των χαρτών.
- Τα βήματα που απαιτούνται για τη διεξαγωγή της συγκεκριμένης δραστηριότητας.

### Α' φάση – 1 διδακτική ώρα

Οι μαθητές κάθε υπο-ομάδας συνεργάζονται σ' αυτή τη διδακτική ώρα με χαρτί και μολύβι (ίσως και post-it για τη δυνατότητα εύκολης διόρθωσης). Μπορούν να χρησιμοποιήσουν οποιοδήποτε έντυπο υλικό, βιβλίο ή σημειώσεις μαθήματος.

Κάθε υπο-ομάδα πρέπει να αποτυπώσει σε χαρτί τις έννοιες που έμαθαν σχετικά με τα κλάσματα, να δηλώσει τις σχέσεις που ενδεχομένως υπάρχουν μεταξύ αυτών των εννοιών και να αποδώσει παραδείγματα, διαφορετικά από αυτά των σημειώσεων ή του βιβλίου.

Μέσα από αυτή τη διδακτική ενέργεια οι μαθητές μαθαίνουν να αναγνωρίζουν τις μαθηματικές έννοιες, να τις αναπαριστούν σωστά και να δηλώνουν τις σχέσεις που διέπουν αυτές μέσα από εμπειριστατωμένες συνδέσεις.

Η πορεία της εργασίας των μαθητών έχει ως εξής:

1. Με ανοικτά τα βιβλία και τις σημειώσεις τους, δημιουργούν σε μια λευκή κόλλα χαρτί την κεντρική έννοια (κόμβος) πάνω στην οποία θα εργαστούν,

---

<sup>2</sup> Η ανάρτηση του τελικού αποτελέσματος της εργασίας των μαθητών πρέπει να έχει τη μορφή εικόνας ώστε να μπορεί να προβληθεί από το φυλλομετρητή (browser) του χρήστη.

## «Τα κλάσματα»

---

τη λέξη «ΚΛΑΣΜΑ» (συνήθως, στην εννοιολογική χαρτογράφηση η κεντρική έννοια τοποθετείται στην κορυφή, με τις υπόλοιπες έννοιες ν' ακολουθούν μια ιεραρχική δομή σε κατώτερα επίπεδα).

2. Συνδέουν την έννοια αυτή με κάποια νέα έννοια ή ιδιότητα που απορρέει, ονομάζοντας αντίστοιχα το σύνδεσμο (π.χ. ορισμός, ιδιότητα πρόσθεσης, παράδειγμα, επεξήγηση κ.λπ.). Οι νέες έννοιες μπορούν είτε να γραφτούν στο χαρτί με μολύβι, είτε να επισημανθούν με την εισαγωγή ενός post-it ώστε να μετακινείται εύκολα αν χρειαστεί.
3. Ολοκληρώνουν το χάρτη εννοιών σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν.
4. Επανεξετάζουν το χάρτη που δημιούργησαν και συμβουλεύονται το βιβλίο και τις σημειώσεις τους για τυχόν λάθη και παραλείψεις.

Καθ' όλη τη διάρκεια ο εκπαιδευτικός παραμένει κοντά στους μαθητές για οποιαδήποτε απορία ή συμβουλή στη δημιουργία του χάρτη και παρεμβαίνει μόνο όταν θεωρηθεί σκόπιμο.

### **Β' φάση – 1 διδακτική ώρα**

Οι μαθητές κάθε υπο-ομάδας συνεργάζονται στη συνέχεια για τη ψηφιακή δημιουργία του έντυπου χάρτη από την προηγούμενη φάση. Η πορεία των εργασιών αφορά τα επόμενα βήματα:

- ✓ την αποτύπωση στο λογισμικό εννοιολογικής χαρτογράφησης του σχήματος, των εννοιών και των συνδέσεων που κατασκεύασαν στη φάση Α',
- ✓ την προβολή των τριάδων «έννοια-σύνδεσμος-έννοια» με την καλύτερη δυνατή οργάνωση για την απόδοση των νοημάτων που περιέχονται σ' αυτές.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού παραμένει ίδιος, εξασφαλίζοντας επιπλέον τις όποιες τεχνικές δυσλειτουργίες εμφανιστούν και την απαραίτητη υποστήριξη στη χρήση του λογισμικού.

### **Γ' φάση – 1 διδακτική ώρα**

Κατά τη φάση αυτή οι μαθητές που ανήκουν σε μια ομάδα εργάζονται μαζί (οι υπο-ομάδες κάθε ομάδας). Η πορεία των εργασιών των μαθητών είναι η ακόλουθη:

- ✓ Οι μαθητές ανταλλάσσουν τους χάρτες τους ώστε να έχουν όλοι πρόσβαση στα δημιουργήματα των άλλων υπο-ομάδων.

## «Τα κλάσματα»

---

- ✓ Κάθε εκπρόσωπος υπο-ομάδας επιδεικνύει το χάρτη που κατασκεύασε με το συμμαθητή του.
- ✓ Οι υπόλοιποι της ομάδας παρακολουθούν στους Η/Υ τους το χάρτη του εκάστοτε εκπροσώπου και σημειώνουν οποιαδήποτε απορία ή έλλειψη ή λάθος που επισημαίνουν.
- ✓ Αφού όλοι οι εκπρόσωποι μιλήσουν, συζητούν:
  - για την επιλογή του πληρέστερου χάρτη που δημιουργήθηκε στην ομάδα τους,
  - για τις αλλαγές που πρέπει να γίνουν ώστε να ολοκληρωθεί η διαδικασία της εννοιολογικής χαρτογράφησης.
- ✓ Ένας μαθητής από την ομάδα αναλαμβάνει την πλήρωση του επιλεγμένου χάρτη με τις αλλαγές που ειπώθηκαν. Το τελικό προϊόν θα είναι και αυτό που θα παρουσιαστεί στην επόμενη και τελική φάση του διδακτικού σχεδιασμού.

### **Δ' φάση – 1 διδακτική ώρα**

Κατά την τελευταία αυτή φάση οι μαθητές δημιουργούν 4 νέες ομάδες οι οποίες αποτελούνται από μία υπο-ομάδα από κάθε αρχική ομάδα. Η πορεία των εργασιών των μαθητών είναι η ακόλουθη:

- ✓ Οι τελικοί χάρτες των 4 ομάδων από τη Γ' φάση μοιράζονται σε όλους τους μαθητές.
- ✓ Η κάθε νέα ομάδα έχει ως σκοπό να συνθέσει τους 4 αυτούς χάρτες σε έναν ενιαίο και ολοκληρωμένο χάρτη με τις απαραίτητες συνδέσεις μεταξύ των στοιχείων του (κόμβοι).
- ✓ Επαναλαμβάνεται η διαδικασία που ακολούθησαν οι μαθητές στην προηγούμενη φάση Γ'.

Δημιουργούνται 4 προϊόντα εννοιολογικής χαρτογράφησης, το κάθε ένα εκ των οποίων παρουσιάζει ολοκληρωμένο το κεφάλαιο των κλασμάτων.

- ✓ Ο εκπρόσωπος κάθε νέας ομάδας παρουσιάζει στην ολομέλεια το έργο της σύνθεσης που πραγματοποίησε με τους συμμαθητές του.
- ✓ Επιλέγεται από κοινού ο πληρέστερος χάρτης και επεξεργάζεται με τις αλλαγές που θα επισημανθούν από την τάξη.



## «Τα κλάσματα»

---

- ✓ Το τελικό προϊόν παραδίδεται στον εκπαιδευτικό της τάξης.

### ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Οι μαθητές αξιολογούνται σύμφωνα με:

- ✓ το βαθμό κατανόησης των εννοιών,
- ✓ την αναλυτική και συνθετική ικανότητά τους,
- ✓ τη συμμετοχική τους δραστηριότητα,
- ✓ το τελικό προϊόν που παρέδωσαν.

### ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗΣ – ΕΠΕΚΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΣΕΝΑΡΙΟΥ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Ο συγκεκριμένος διδακτικός σχεδιασμός μπορεί να αξιοποιηθεί μεμονωμένα σε κάθε ενότητα του κεφαλαίου των κλασμάτων ακολουθώντας τις 4 φάσεις χωρίς το διαχωρισμό σε αρχικές ομάδες. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τον εκπαιδευτικό ως έναν εναλλακτικό τρόπο διαμορφωτικής αξιολόγησης που θα του επιτρέψει να κατανοήσει την πληρότητα των γνώσεων των μαθητών του και να συλλογιστεί το σχεδιασμό που θα πρέπει ν' ακολουθήσει.

Επίσης, αυτή η ερευνητικού τύπου εργασία των μαθητών μπορεί να αναρτηθεί σε ιστοχώρους μαθηματικού περιεχομένου και στον αντίστοιχο του σχολείου. Η ανάρτηση μπορεί να γίνει μετά από την μετατροπή του τελικού εννοιολογικού χάρτη σε εικόνα ώστε να είναι ορατός από το φυλλομετρητή των χρηστών.

## «Τα κλάσματα»

---

### Ενδεικτικές Εφαρμογές

<https://www.wisemapping.com/>

<https://www.mindmup.com/>

<http://cmap.ihmc.us/>