



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

## Τμήμα Φυσικής Εξετάσεις στη Θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας 8 Σεπτεμβρίου 2009

Αν θέλετε μπορείτε να επεξεργαστείτε όλα τα προβλήματα σε σύστημα μονάδων όπου η ταχύτητα του φωτός είναι  $c = 1$ . Όλα τα δεδομένα των προβλημάτων δίδονται σε αυτό το σύστημα μονάδων.

**Να λύσετε και τα 4 θέματα.**

**Θέμα 1:** Σχετικιστικό Υλικό Σημείο P βρίσκεται στο ΣΚΦ  $\Sigma$  έτσι ώστε το τετράνυσμα θέσης του  $x^i$  να συνδέεται με την τετραεπιτάχυνσή του  $a^i$  με τη σχέση:

$$a^i = k^2 x^i, \quad (i = 0, 1, 2, 3),$$

όπου  $k$  μια σταθερά.

(α) Δείξτε ότι το P κινείται έτσι ώστε το τετράνυσμα της θέσης του να είναι διαρκώς κάθετο στην τετραταχύτητά του (το αντίστοιχο της «ομαλής κυκλικής» κίνησης).

(β) Δείξτε ότι μια λύση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης δίδεται από την παραμετρική εξίσωση

$$x^0 = t = A \sinh(\phi/A), \quad x^1 = x = A \cosh(\phi/A), \quad x^2 = x^3 = 0.$$

όπου  $A$  μια σταθερά και  $\phi$  μια παράμετρος που παίρνει τιμές από 0 έως  $\infty$ . Εξηγήστε τη φυσική σημασία της παραμέτρου  $\phi$  και καθορίστε την τιμή της παραμέτρου  $A$  ώστε να επαληθεύεται η διαφορική εξίσωση της κίνησης.

(γ) Δείξτε ότι η κίνηση αυτή διαγράφει μια κοσμική γραμμή που διατηρεί σταθερή χωροχρονική απόσταση από το γεγονός  $(0, 0, 0, 0)$  και επομένως πρόκειται πράγματι περί κυκλικής κίνησης στο χώρο του Minkowski.

**Θέμα 2:** Δύο ίδια οχήματα κινούνται με ίσες και αντίθετες ταχύτητες  $v$  ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς ΣΚΦ  $\Sigma$ . Πόσο μικρότερο μήκος από το φυσικό μήκος θα έχει το κάθε όχημα όπως αυτό μετράται ως προς το άλλο;

**Θέμα 3:** Μια φωτεινή πηγή η οποία βρίσκεται ακίνητη πάνω στη θετική πλευρά τού άξονα  $x$  στέλνει μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας  $f_0$  προς την αρχή των αξόνων. Ένας παρατηρητής που διέρχεται από την αρχή των αξόνων κινούμενος με ταχύτητα  $v$  υπό γωνία  $\theta$  σε σχέση με τον άξονα  $x$  λαμβάνει την ακτινοβολία αυτή. (α) Τι συχνότητα μετράει ο παρατηρητής; (β) Για ποια τιμή της  $\theta$  ο κινούμενος παρατηρητής δεν βλέπει καμία μεταβολή στη συχνότητα της πηγής; (γ) Ελέγξτε αν υπάρχει μία μόνο τέτοια γωνία ή δύο.

**Θέμα 4:** Σε κάποιο ΣΚΦ ο ταυυστής του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(α) Υπάρχει μετασχηματισμός Lorentz εκτός από τον ταυτοτικό ο οποίος να αφήνει τον ταυυστή ίδιο; Εάν ναι κατασκευάστε έναν τέτοιο μετασχηματισμό. (β) Υπάρχει ΣΚΦ τέτοιο ώστε ο ταυυστής να γίνεται

$$F'^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(γ) Αν ο ταυυστής του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου που περιγράφει το πεδίο σε ολόκληρο το χώρο και σε κάθε χρονική στιγμή ήταν ο αρχικός (του ερωτήματος (α)) υπολογίστε τι κίνηση θα εκτελούσε μέσα στο πεδίο αυτό ένα φορτισμένο με φορτίο  $q$  σωματίδιο μάζας  $m$  αν αρχικά είχε ταχύτητα  $\vec{v} = (v_0, 0, 0) = v_0 \hat{x}$ . [Δίδεται η τετραδύναμη σε ένα φορτισμένο σωματίδιο εξαιτίας κάποιου ηλ/κού πεδίου  $F^\mu = qu_\nu F^{\mu\nu}$ .]

Καλή επιτυχία