



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής  
Εξετάσεις στη Θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας  
31 Μαρτίου 2006

**Θέμα 1:** Φωτόνιο κινείται ως προς το σύστημα  $\Sigma$  στην κατεύθυνση  $\hat{x}\cos\phi + \hat{y}\sin\phi$ , όπου  $\hat{x}, \hat{y}$  τα μοναδιαία διανύσματα στους αντίστοιχους άξονες. Το φωτόνιο προσκρούει σε τέλειo κάτοπτρο η επιφάνεια του οποίου είναι παράλληλη με το επίπεδο  $(y, z)$  και το οποίο κινείται με ταχύτητα  $u\hat{x}$ . (α) Να βρεθεί η γωνία  $\phi'$  που θα σχηματίζει η διεύθυνση κίνησης του φωτονίου στο σύστημα  $\Sigma$  με τον άξονα  $x$  μετά την ανάκλασή του φωτονίου στο κάτοπτρο. (β) Διερευνήστε αν  $|\phi| > |\phi'|$  ή  $|\phi| < |\phi'|$  ανάλογα με το πρόσημο της  $u$ .

**Θέμα 2:** Ένα διαστημόπλοιο αναχωρεί από ένα διαστημικό σταθμό κινούμενο κατά μήκος της κοσμικής γραμμής

$$x = \frac{1}{a} \cosh(a\tau) \quad , \quad ct = \frac{1}{a} \sinh(a\tau)$$

όπου  $a$  μια σταθερά και  $\tau$  ο ιδιόχρονος του διαστημοπλοίου. (α) Σχεδιάστε σε ένα διάγραμμα  $ct - x$  την κοσμική αυτή γραμμή. (β) Δείξτε ότι η παραπάνω κοσμική γραμμή είναι σε κάθε σημείο της χρονοειδής (υπολογίστε την τετραταχύτητα). (γ) Υπολογίστε την τετραεπιτάχυνση του διαστημοπλοίου, είναι χωροειδές ή χρονοειδές τετράνυσμα; (δ) Υποθέστε ότι κάθε δευτερόλεπτο από τη στιγμή της εκκίνησής του διαστημοπλοίου  $\tau = t = 0$ , εκπέμπεται ένα φωτεινό σήμα προς την κατεύθυνση κίνησης του διαστημοπλοίου  $x$ , από τη βάση εκτόξευσης του διαστημοπλοίου  $x = 1/a$ . Δείξτε ότι το πολύ  $1/(a \cdot c \cdot 1\text{sec})$  σήματα τέτοια θα φθάσουν τελικά στο διαστημόπλοιο.

**Θέμα 3:** Ένα σωματίδιο μάζας  $m$  και κινητικής ενέργειας  $T$  προσκρούει σε δεύτερο ίδιο σωματίδιο και τα δύο σωματίδια συνενώνονται σε ένα. (α) Δείξτε ότι το συσσωμάτωμα έχει μεγαλύτερη μάζα από  $2m$ . (β) Ποια η ταχύτητα του νέου σωματιδίου; (γ) Το νέο σωματίδιο διασπάται αυθόρμητα σε δύο σωματίδια ίσης μεταξύ τους μάζας. Ποια είναι η μέγιστη δυνατή αυτή μάζα;

**Θέμα 4:** Ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $\Sigma^{(0)}$ , το σύστημα  $\Sigma^{(1)}$  κινείται με ταχύτητα  $v$  κατά τον  $x$ -άξονα. Το σύστημα  $\Sigma^{(2)}$  κινείται ως προς το  $\Sigma^{(1)}$  με ταχύτητα  $v$  κατά τον  $x$ -άξονά του, κοκ. Έστω τέλος το  $\Sigma^{(n)}$  κινείται ως προς το  $\Sigma^{(n-1)}$  με ταχύτητα  $v$  κατά τον  $x$ -άξονά του. Υπολογίστε την ταχύτητα  $V$  του  $\Sigma^{(n)}$  ως προς το  $\Sigma^{(0)}$ . [Υπόδ.: Δείξτε ότι δυο τυποποιημένοι μετασχηματισμοί προώθησης γραμμένοι με τη μορφή υπερβολικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων ( $\tanh\phi = v/c$ ,  $\cosh\phi = \gamma$ ,  $\sinh\phi = \gamma v/c$ ) δρώντας διαδοχικά με αντίστοιχες γωνίες - "γρηγοράδες"  $\phi_1, \phi_2$  οδηγούν σε ένα μετασχηματισμό προώθησης με αντίστοιχη γωνία  $\phi_1 + \phi_2$ .]

**Θέμα 5:** Έστω ένα Η/Μ πεδίο του οποίου η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε κάθε σημείο είναι  $\vec{E}(\vec{x}, t)$  και του μαγνητικού πεδίου είναι  $\vec{B}(\vec{x}, t)$ , σε ένα δοσμένο αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $\Sigma$ . (α) Δείξτε ότι παρόλο που οι συνιστώσες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου αλλάζουν σε ένα άλλο σύστημα αναφοράς που κινείται σε σχέση με το πρώτο, οι ποσότητες  $\vec{E} \cdot \vec{B}$  και  $\vec{E}^2 - c^2 \vec{B}^2$  παραμένουν αναλλοίωτες. (β) Έστω σε ένα σύστημα  $\Sigma$  το Η/Μ κύμα

$$\vec{E} = \hat{y}A \cos(\omega t - \omega x/c) \quad , \quad \vec{B} = \hat{z}(A/c) \cos(\omega t - \omega x/c).$$

Υπολογίστε τις συνιστώσες του σε ένα σύστημα που κινείται ως προς το  $\Sigma$  με ταχύτητα  $v\hat{x}$ . Δείξτε ότι στο νέο σύστημα η μορφή του πεδίου διατηρείται ίδια. Μετατρέποντάς και τα  $x, t$  σε  $x', t'$  υπολογίστε και την αλλαγή συχνότητας του Η/Μκού κύματος.

Δίδονται οι τύποι μετασχηματισμού των πεδίων.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_{\parallel} &= \mathbf{E}_{\parallel}, & \mathbf{E}'_{\perp} &= \gamma(\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ \mathbf{B}'_{\parallel} &= \mathbf{B}_{\parallel}, & \mathbf{B}'_{\perp} &= \gamma(\mathbf{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2} \mathbf{u} \times \mathbf{E}) \end{aligned}$$

Να γραφούν τα 4 από τα 5 θέματα. Καλή σας επιτυχία.