

## Εξετάσεις στη Θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας

### Μάρτιος 2005

**Θέμα 1:** Ένα φωτόνιο με συχνότητα  $\nu$  στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $\Sigma$  κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα  $y$  του  $\Sigma$ . Ένας παρατηρητής  $\Sigma'$  ο οποίος κινείται κατά τον τυποποιημένο τρόπο (κατά μήκος του άξονα  $x$ ) με ταχύτητα  $V$  λαμβάνει το προαναφερθέν φωτόνιο. (α) Τι συχνότητα θα μετρήσει ο  $\Sigma'$  ότι έχει το φωτόνιο και (β) σε ποια διεύθυνση στο σύστημά του (του  $\Sigma'$ ) θα το παρατηρήσει να κινείται.

**Θέμα 2:** Πυραύλος κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$  ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς  $\Sigma$ . Ένας παρατηρητής ακίνητος στο σύστημα  $\Sigma$  παρατηρεί ότι η διέλευση του πυραύλου διαρκεί χρόνο  $T$ . Αν το ιδιομήκος του πυραύλου (στο σύστημα του πυραύλου) είναι  $L$  υπολογίστε την ταχύτητα του πυραύλου.

**Θέμα 3:** Τα σωματίδια 1 και 2 με μάζες  $m_1, m_2$  αντίστοιχα, κινούνται στο σύστημα του εργαστηρίου με 3-ορμές  $\vec{p}_1, \vec{p}_2$  αντίστοιχα. Το τετράγωνο της τετραορμής του συστήματος είναι  $S = (p_1^\mu + p_2^\mu)(p_{1\mu} + p_{2\mu}) = -(m_1c)^2 - (m_2c)^2 + 2p_1^\mu p_{2\mu}$ . Να υπολογίσετε το μέτρο της σχετικής ταχύτητας του σωματιδίου 2 στο σύστημα ηρεμίας του 1, ως συνάρτηση των  $S, m_1, m_2$ .

**Θέμα 4:** Θεωρήστε δύο χωροχρονικά γεγονότα  $x_A^\mu, x_B^\mu$  τα οποία συνδέονται με ένα χωροειδές τετράνυσμα  $\begin{pmatrix} \Delta x^0 \\ \Delta \vec{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A^0 - x_B^0 \\ \vec{x}_A - \vec{x}_B \end{pmatrix}$ . (α) Ποια η σχέση των  $\Delta x^0$  και  $\Delta \vec{x}$ . (β) Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία πρέπει να κινείται ένας παρατηρητής, σε σχέση με το αρχικό σύστημα αναφοράς στο οποίο δίδονται οι συντεταγμένες των δύο γεγονότων, ούτως ώστε τα δύο γεγονότα να είναι ταυτόχρονα. (γ) Είναι μοναδική η ταχύτητα αυτή; [Δίδεται ο γενικός μετασχηματισμός προώθησης υπό μορφή πίνακα:]

$$\begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v^T \\ -\gamma v & \mathbf{I} + \frac{\gamma-1}{v^2} v v^T \end{pmatrix} \quad (1)$$

όπου  $\mathbf{I}$  ο μοναδιαίος πίνακας  $3 \times 3$  και  $v = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ , ενώ  $v^T$  είναι ο ανάστροφος του  $v$ .]

*Να γραφούν και τα 4 θέματα. Καλή σας επιτυχία.*