



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

## Τμήμα Φυσικής

Πτυχιακές Εξετάσεις στη Θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας

Απρίλιος 2010

Αν θέλετε μπορείτε να επεξεργαστείτε όλα τα προβλήματα σε σύστημα μονάδων όπου η ταχύτητα του φωτός είναι  $c = 1$ . Όλα τα δεδομένα των προβλημάτων δίδονται σε αυτό το σύστημα μονάδων.

**Να λύσετε τα 4 από τα 5 θέματα.**

### Θέμα Α:

1. Δείξτε ότι το άθροισμα οσονδήποτε χρονοειδών (χρονικών - timelike) τετρανυσμάτων με κατεύθυνση προς το μέλλον (με θετική δηλαδή χρονική συνιστώσα) είναι και πάλι ένα χρονοειδές τετράνυσμα.
2. Βάσει του προηγούμενου ερωτήματος δείξτε ότι η συνολική τετραορμή ενός πλήθους σωματιδίων μη μηδενικής μάζας μπορεί να γραφεί ως η τετραορμή ενός μόνο υποθετικού σωματιδίου. Ποια η σχέση της μάζας αυτής με το άθροισμα των μαζών ηρεμίας όλων των σωματιδίων;
3. Πώς πρέπει να κινούνται όλα τα σωματίδια ώστε η μάζα του υποθετικού σωματιδίου να είναι η μικρότερη δυνατή;

### Θέμα Β:

Πυράυλος κινείται κατά μήκος του άξονα  $x$  ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς  $\Sigma$ . Ένας παρατηρητής ακίνητος στο σύστημα  $\Sigma$  παρατηρεί ότι η διέλευση του πυραύλου διαρκεί χρόνο  $T$ . Αν το ιδιομήκος (στο σύστημα του πυραύλου) του πυραύλου είναι  $L$ , υπολογίστε την ταχύτητα του πυραύλου στο  $\Sigma$ .

### Θέμα Γ:

Ένα σωματίδιο μάζας  $m$  και κινητικής ενέργειας  $T$  προσκρούει σε δεύτερο ίδιο ακίνητο σωματίδιο και τα δύο σωματίδια μαζί σχηματίζουν ένα ενιαίο συσσωμάτωμα. (α) Δείξτε ότι το συσσωμάτωμα θα έχει μεγαλύτερη μάζα από  $2m$ . (β) Ποια η ταχύτητα του νέου σωματιδίου-συσσωμάτωματος; (γ) Το νέο σωματίδιο συσσωμάτωμα διασπάται αυθόρμητα σε δύο νέα σωματίδια ίσης μεταξύ τους μάζας. Ποια είναι η μέγιστη αυτή δυνατή μάζα του κάθε νέου σωματιδίου;

### Θέμα Δ:

Σωματίδιο συγκρούεται με άλλο ακίνητο σωματίδιο ίσης μάζας. Τα δύο σωματίδια εξαυλώνονται. Μετά τη σύγκρουση παράγονται δύο φωτόνια ίσης συχνότητας  $\nu$  τα οποία κινούνται στο επίπεδο  $x - y$ , εκατέρωθεν του άξονα  $x$ , σχηματίζοντας με αυτόν ίσες γωνίες μέτρου  $\phi = 45^\circ$ .

1. Προσδιορίστε την ταχύτητα του κέντρου ορμής των φωτονίων (διάνυσμα).
2. Προσδιορίστε την ταχύτητα του κέντρου ορμής των αρχικών σωματιδίων (διάνυσμα).
3. Προσδιορίστε την ταχύτητα του σωματιδίου - βλήμα (διάνυσμα).
4. Υπολογίστε τη συχνότητα ενός φωτονίου στο σύστημα κέντρου ορμής.
5. Ποια η συχνότητα τού άλλου φωτονίου στο ίδιο σύστημα;

...συνεχίζεται με το Ε θέμα

**Θέμα Ε:**

Το ηλεκτρικό πεδίο  $\vec{E}$  και το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  σε κάποιο σημείο ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι κάθετα το ένα στο άλλο.

1. Αφού καθορίσετε ένα σύστημα αξόνων  $x - y - z$  κατασκευάστε τον τανυστή του ηλ/κού πεδίου για το σημείο αυτό.
2. Ένας παρατηρητής κινείται με ταχύτητα  $0.6 c$  με κατεύθυνση κάθετη στα δύο πεδία. Ποια μορφή έχει ο τανυστής του ηλ/κού πεδίου για τον παρατηρητή αυτό για το ίδιο πάλι σημείο του ηλ/κού πεδίου;
3. Είναι τα δύο πεδία κάθετα μεταξύ τους και για το σύστημα του παρατηρητή;
4. Αν το ένα από τα δύο πεδία είναι μεγαλύτερο στο αρχικό σύστημα αναφοράς, ισχύει το ίδιο και για το σύστημα του παρατηρητή;

Δίδονται οι τύποι μετασχηματισμού των πεδίων.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}'_{\parallel} &= \mathbf{E}_{\parallel}, & \mathbf{E}'_{\perp} &= \gamma(\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \\ \mathbf{B}'_{\parallel} &= \mathbf{B}_{\parallel}, & \mathbf{B}'_{\perp} &= \gamma(\mathbf{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2} \mathbf{u} \times \mathbf{E})\end{aligned}$$