

## Πορτίδης/Ψύλλος/Αναπολιτάνος, Λογική

Δημήτρης Πορτίδης / Στάθης Ψύλλος / Διονύσιος Αναπολιτάνος: *Λογική. Η δομή του επιχειρήματος*. Αθήνα: Νεφέλη 2007, 292 σ., 22 €.

**Κρίνει ο Αριστείδης Αραγεώργης (ΕΜΠ)**

[arage@central.ntua.gr](mailto:arage@central.ntua.gr)

«Η λογική είναι πολλά πράγματα: μια επιστήμη, μια τέχνη, ένα παιχνίδι, μια πηγή χαράς. Και μερικές φορές ένα εργαλείο». Με αυτά τα λόγια αρχίζουν ένα άρθρο τους οι διακεκριμένοι ειδικοί της λογικής Μπέλναπ και Γκρόβερ (N. Belnap & D. Grover, «Quantifying in and out of quotes», στο H. Leblanc (ed.), *Truth, syntax and modality*, Amsterdam: North-Holland 1973, σ. 17-47). Και το βιβλίο *Λογική: Η δομή του επιχειρήματος* των Πορτίδη, Ψύλλου και Αναπολιτάνου (στο εξής απλώς: *Λογική*) καταφέρνει να αναδείξει, αναπόφευκτα ετεροβαρώς, όλες αυτές τις “όψεις” της λογικής. Αναπτύσσει θέματα της *επιστήμης* της λογικής όπως η ορθότητα και πληρότητα συστημάτων αποδεικτικών κανόνων για τον προτασιακό και τον πρωτοβάθμιο κατηγορηματικό λογισμό, η κανονική διαζευκτική και συζευκτική μορφή προτασιακών τύπων, η επάρκεια συνόλων αληθοσυναρτησιακών συνδέσμων, η έννοια της αποκρισιμότητας ή αποφασισιμότητας (decidability), κ.ά. Καλλιεργεί την *τέχνη* του έγκυρου συλλογισμού με την ανασυγκρότηση και αξιολόγηση επιχειρημάτων διατυπωμένων σε φυσική γλώσσα. Αποκαλύπτει την *παιγνιώδη* πλευρά της λογικής, συμπεριλαμβάνοντας «γρίφους» σαν αυτούς που επινόησε ο Σμάλυαν (Raymond Smullyan, σ. 79-80) ή σαν εκείνους που αντιμετώπιζε ο Σέρλοκ Χολμς στα έργα του Άρθουρ Κόναν Ντόυλ (σ. 155). Καθοδηγεί με υπομονή τον αναγνώστη προς τη *χαρά* της κατανόησης, του υπολογισμού και της απόδειξης. Τέλος, η *Λογική* προτείνεται ρητά από τους συγγραφείς της ως *εργαλείο* για «την κατανόηση της φιλοσοφικής δραστηριότητας εν γένει» (σ. 14).

Αυτό το τελευταίο στοιχείο διαμορφώνει τη γενική κατεύθυνση του βιβλίου. Η *Λογική* απευθύνεται κυρίως σε σπουδαστές της φιλοσοφίας. Έτσι, δεδομένου ότι για ένα μεγάλο μέρος της φιλοσοφικής παράδοσης η μονάδα του φιλοσοφικού λόγου είναι το επίχειρημα, η *Λογική*, όπως διαφαίνεται και από τον υπότιτλό της, επικεντρώνεται στην ανάλυση επιχειρημάτων – και όχι στην ανάλυση της δομής μαθηματικών θεωριών, όπως συμβαίνει με τα τυπικά εγχειρίδια *μαθηματικής* λογικής. Επιπλέον, η *Λογική* δεν προϋποθέτει κανένα μη τετριμμένο υπόβαθρο μαθηματικών γνώσεων ή δεξιοτήτων από τον αναγνώστη. Τέλος, η *Λογική* εκμεταλλεύεται ευκαιρίες για να θίξει ζητήματα φιλοσοφικής λογικής ή φιλοσοφίας της λογικής όπως η έννοια της πρότασης (σ. 26-28), η δισθένεια της λογικής (σ. 28), η ευλογοφάνεια του ορισμού της υλικής συνεπαγωγής

(σ. 68-70), η εκτασιακότητα της λογικής (σ. 96-97, 134-135, 184-185, 239), η κατά Φρέγκε διάκριση μεταξύ αντικειμένων και εννοιών (σ. 183-184), κ.ά.

Πάντως, η *Λογική* περιλαμβάνει όλη την ύλη που προτείνει η διεθνής Εταιρεία Συμβολικής Λογικής (Association for Symbolic Logic) για ένα πρώτο μάθημα λογικής στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, χρήσιμο για τους φοιτητές οποιασδήποτε ειδικεύσεως (βλ. «Guidelines on logic education», *The Bulletin of Symbolic Logic* 1, 1995, σ. 4-8). Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί μια εισαγωγή στην έννοια του επιχειρήματος και πραγματεύεται την έννοια της εγκυρότητας επιχειρημάτων και τη σχέση της με την αλήθεια προτάσεων, τη διάκριση ανάμεσα σε παραγωγικά και επαγωγικά επιχειρήματα, την έννοια της λογικής πλάνης, τη στρατηγική κατάδειξης της ακυρότητας ενός επιχειρήματος με αναζήτηση αντιπαραδείγματος και τη διάκριση μεταξύ έγκυρων και πειστικών επιχειρημάτων. Τα κεφάλαια 2-6 αφιερώνονται στην προτασιακή λογική: στοιχειώδη σύμβολα και κανόνες σχηματισμού προτασιακών τύπων, διάκριση των προτασιακών τύπων σε ταυτολογικούς, αντιφατικούς και ενδεχομενικούς, λογική ισοδυναμία, λογική συνέπεια συνόλων προτασιακών τύπων, έλεγχος της προτασιακής εγκυρότητας μορφών επιχειρημάτων [1], κ.λπ. Χρησιμοποιούνται και παρουσιάζονται με ιδιαίτερα φιλικό προς τον αναγνώστη τρόπο η μέθοδος των πινάκων αληθείας και η μέθοδος των δένδροδιαγραμμάτων. Η πραγμάτευση του προτασιακού λογισμού ολοκληρώνεται με την ανάπτυξη, χωρίς εκτενείς αποδείξεις, μεταθεωρητικών θεμάτων (ορθότητα, πληρότητα, αποκρισιμότητα) καθώς και θεμάτων που αφορούν τη δομή και τις εκφραστικές δυνατότητες προτασιακών γλωσσών – εδώ εκτίθεται με ιδιαίτερα εύληπτο τρόπο η αποδεικτική μέθοδος της επαγωγής πάνω σε τύπους μιας προτασιακής γλώσσας. Τα κεφάλαια 7-13 αφιερώνονται στην πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική με ισότητα. Με αφετηρία τη λογική ανάλυση φυσικών γλωσσών, συζητούνται εκτενώς οι θεμελιώδεις συντακτικές και σημασιολογικές έννοιες για πρωτοβάθμιες γλώσσες: εμπέλεια ποσοδεικτών, ανοικτοί και κλειστοί τύποι, ερμηνεία (ή δομή) μιας πρωτοβάθμιας γλώσσας, ικανοποίηση ενός τύπου μιας πρωτοβάθμιας γλώσσας από μια αποτίμηση σε μια ερμηνεία, μοντέλο ενός συνόλου προτάσεων μιας πρωτοβάθμιας γλώσσας, κ.λπ. Εισάγονται δένδροδιαγραμματικοί αποδεικτικοί κανόνες για ποσοδείκτες και ισότητα. Και με τη βοήθεια αυτού του εννοιολογικού και μεθοδολογικού οπλοστασίου, ορίζονται οι ιδιότητες της πρωτοβάθμιας λογικής συνέπειας, της πρωτοβάθμιας λογικής εγκυρότητας, της πρωτοβάθμιας λογικής αλήθειας, της πρωτοβάθμιας λογικής ισοδυναμίας και αναπτύσσονται διαδικασίες απόφασης για την απόδοση αυτών των ιδιοτήτων σε σύνολα προτάσεων ή μορφές επιχειρημάτων πρωτοβάθμιων γλωσσών. Τέλος, γίνεται λόγος για την ορθότητα και πληρότητα του συστήματος πρωτοβάθμιου κατηγορηματικού λογισμού που οικοδομήθηκε, καθώς και αναφορά στη μη αποκρισιμότητα της πρωτοβάθμιας λογικής [2]. Κεντρικό στοιχείο της όλης προσέγγισης είναι η τυποποίηση και ο συνακόλουθος έλεγχος εγκυρότητας επιχειρημάτων διατυπωμένων σε φυσική γλώσσα.

Η *Λογική* είναι ένα βιβλίο χωρίς αξιοσημείωτες αδυναμίες για τους στόχους που θέλει να υπηρετήσει. Ωστόσο, επειδή το αντικείμενο που πραγματεύεται μπορεί να προσεγγι-

στεί από διαφορετικές σκοπιές και με διαφορετικά στίλ, θα αναπτύξω παρακάτω μερικές σκέψεις που θα μπορούσαν να εκληφθούν ως σημεία κριτικής.

Το έργο χρησιμοποιεί τους όρους «αληθοσυναρτησιακός λογισμός» και «προτασιακός λογισμός» ως συνώνυμους (βλ., π.χ., σ. 17, 49, 177). Αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα για τους στόχους ενός βιβλίου που περιορίζεται στο πλαίσιο της *κλασικής* λογικής. Ωστόσο, από τη σκοπιά των *επεκτάσεων* της κλασικής λογικής και τη σκοπιά των *εναλλακτικών* λογικών, η παραπάνω ταύτιση συγχέει το *βάθος της λογικής ανάλυσης* από το οποίο εξαρτάται η εγκυρότητα με το *είδος των συνθηκών αληθείας* των συνθέτων προτάσεων που προκύπτουν με χρήση συνδέσμων. Ένας προτασιακός λογισμός είναι ένα σύστημα τυπικής λογικής που μπορεί να διερευνήσει μόνον την εγκυρότητα που απορρέει από τη *διαπροτασιακή δομή* ενός επιχειρήματος – δηλαδή, από τις σχέσεις μεταξύ απλών προτάσεων θεωρουμένων ως μη περαιτέρω αναλύσιμων ολοτήτων [3]. Και η εν λόγω διαπροτασιακή δομή αναπαριστάνεται με τη βοήθεια συνδέσμων. Αλλά ένας προτασιακός λογισμός μπορεί να περιλαμβάνει συνδέσμους που *δεν* είναι αληθοσυναρτησιακοί. (Ένας προτασιακός σύνδεσμος λέγεται *αληθοσυναρτησιακός* αν και μόνο αν η αληθοτιμή της σύνθετης πρότασης που σχηματίζει καθορίζεται κατά μοναδικό τρόπο από τις αληθοτιμές των συνιστωσών.) Τέτοιοι προτασιακοί λογισμοί απαντούν, για παράδειγμα, στο πλαίσιο της τροπικής λογικής (modal logic), της επιστημικής λογικής (epistemic logic), κ.ά. (βλ., π.χ., L. Goble (ed.), *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*, Oxford: Blackwell 2001). Φυσικά, οι συγγραφείς θα μπορούσαν να αποφύγουν το ενδεχόμενο δημιουργίας μιας τέτοιας σύγχυσης στους αναγνώστες δηλώνοντας απλώς ότι ο *κλασικός* προτασιακός λογισμός αντιμετωπίζει ως απλή κάθε *μη-αληθοσυναρτησιακά-σύνθετη* πρόταση. Αλλά, πάλι, αυτό αφορά μόνον εκείνους τους αναγνώστες που θα συνεχίσουν τη μελέτη της τυπικής λογικής πέρα από το “κλασικό πλαίσιο”.

Ένα δεύτερο σημείο κριτικής αφορά τον τρόπο ανάπτυξης της θεωρίας αποδείξεων (proof-theory). Σε ένα τυπικό σύστημα συμβολικής λογικής, η θεωρία αποδείξεων μελετά την παραγωγή («απόδειξη») καλώς σχηματισμένων τύπων από άλλους καλώς σχηματισμένους τύπους χωρίς να ασχολείται με το νόημά τους. Έτσι η θεωρία αποδείξεων είναι ανεξάρτητη από τη σημασιολογία και, συνεπώς, αναπτύσσεται χωρίς να βασίζεται σε έννοιες όπως η ερμηνεία, η συνθήκη αληθείας, η αληθοτιμή, κ.λπ. Κατ’ αντιδιαστολή, κεντρικές έννοιες της θεωρίας αποδείξεων είναι εκείνες του αποδεικτικού κανόνα ή κανόνα συναγωγής (inference rule), του αξιώματος, του θεωρήματος, κ.λπ.

Η *Λογική* παρουσιάζει τη θεωρία αποδείξεων *αποκλειστικά* με χρήση δένδροδιαγραμμάτων. Μάλιστα, η διεξοδική ανάλυση της μεθόδου των δένδροδιαγραμμάτων ως μεθόδου «επίλυσης ασκήσεων λογικής» δηλώνεται ρητά από τους συγγραφείς ως ένας από τους λόγους για τη συγγραφή του βιβλίου (σ. 14). Πρέπει να σημειωθεί ότι οι συγγραφείς μοιράζονται αυτή τη στάση απέναντι στην αξία της μεθόδου των δένδροδιαγραμμάτων με πολλούς άλλους διακεκριμένους ειδικούς της λογικής. Πράγματι, πολλά βιβλία που καλύπτουν την τυπική λογική μέχρι και τον πρωτοβάθμιο κατηγορηματικό

λογισμό με ισότητα βασίζονται αποκλειστικά στη μέθοδο των δένδροδιαγραμμάτων – βλ. ενδεικτικά R. Jeffrey, *Formal logic: Its scope and limits*, 3rd edition, New York: McGraw-Hill 1991, το οποίο επεκτείνεται αναλυτικότερα σε θέματα “προχωρημένου” επιπέδου όπως το θεώρημα μη αποκρισιμότητας του Τσερτς (Church) και τα θεωρήματα πληρότητας και μη πληρότητας του Γκέντελ (Gödel).

Παρ’ όλα αυτά, η αποκλειστική χρήση της μεθόδου των δένδροδιαγραμμάτων φαλκιδεύει, κατά τη γνώμη μου, την “ουσία” της θεωρίας αποδείξεων, και τούτο για δυο λόγους. Πρώτο, ενώ η θεωρία αποδείξεων πρέπει τυπικά να αναπτύσσεται εντελώς ανεξάρτητα από τη σημασιολογία (ώστε, επιπλέον, να καθίστανται ευκρινέστερες οι έννοιες της ορθότητας και της πληρότητας), ο πλέον εύλογος τρόπος να σκεφτεί κανείς τη μέθοδο των δένδροδιαγραμμάτων βασίζεται σε *σημασιολογικές* έννοιες όπως η αληθοτιμή. Πράγματι, η κεντρική ιδέα της μεθόδου των δένδροδιαγραμμάτων έχει ως εξής. Για να ελέγξουμε εάν ένα επιχειρήμα είναι έγκυρο, υποθέτουμε ότι οι προκείμενες είναι αληθείς και ότι το συμπέρασμα δεν είναι αληθές και διερευνούμε τις δυνατότητες για να συμβαίνει κάτι τέτοιο. Αν υπάρχει τέτοια δυνατότητα, το επιχειρήμα είναι άκυρο· αν δεν υπάρχει, είναι έγκυρο. Αυτή η περιγραφή αναδεικνύει τον δεύτερο λόγο για τον οποίο ισχυρίζομαι ότι η μέθοδος των δένδροδιαγραμμάτων φαλκιδεύει την “ουσία” της θεωρίας αποδείξεων. Σε ένα πρόσφατο εξαιρετικό βιβλίο του, ο Ρέσταλ επιχειρηματολογεί ορθά ότι τα δένδροδιαγράμματα τυποποιούν έναν τρόπο συλλογισμού που ονομάζει «επεξήγηση δυνατοτήτων» («explication of possibilities» – βλ. G. Restall, *Logic: An introduction*, London: Routledge 2006, σ. 5). Όμως αυτός ο τρόπος συλλογισμού δεν απηχεί τη διαισθητική έννοια της απόδειξης στα μαθηματικά, στις επιστήμες, στη φιλοσοφία ή και στην καθημερινή επιχειρηματολογία. Είναι δύσκολο να φανταστούμε έναν ομιλητή ή ένα συγγραφέα να διατυπώνει τις προκείμενες και το συμπέρασμα του επιχειρηματός του και *στη συνέχεια* να προσπαθεί να αποκλείσει κάθε δυνατότητα κατά την οποία όλες οι προκείμενες είναι αληθείς ενώ το συμπέρασμα ψευδές. Η συνήθης συλλογιστική μας πρακτική είναι διαφορετική. Ο ομιλητής ή συγγραφέας θα προσπαθήσει να *καταλήξει σταδιακά* στο συμπέρασμα *ξεκινώντας* από τις προκείμενες μέσω μιας πεπερασμένης ακολουθίας “μικρών” αλλά αναντίρρητα “έγκυρων βημάτων”. Η θεωρία αποδείξεων, *όταν* αναπτύσσεται στη βάση συστημάτων λογικών αξιωμάτων και κανόνων, σκοπεύει να συλλάβει ακριβώς *αυτή* τη διαισθητική έννοια απόδειξης που ανταποκρίνεται στη συνήθη συλλογιστική μας πρακτική. Αλλά η μέθοδος των δένδροδιαγραμμάτων είναι ακατάλληλη για το σκοπό αυτό.

Για τους παραπάνω λόγους, θα έκρινα σκόπιμη ακόμη και σε ένα εισαγωγικό βιβλίο λογικής την προσθήκη ενός κεφαλαίου για θεωρία αποδείξεων με κάποιο σύστημα λογικών αξιωμάτων και κανόνων. Μάλιστα, στο βαθμό που η λογική εκλαμβάνεται ως θεωρία του *συλλογισμού*, ένα τέτοιο σύστημα θα περιείχε κανόνες παρά αξιώματα – όπως συμβαίνει με τα *συστήματα φυσικής παραγωγής* (natural deduction). Ας σημειωθεί, πάντως, ότι σε σύγκριση με τις αποδείξεις που βασίζονται σε συστήματα λογικών αξιωμάτων και κανόνων, τα δένδροδιαγράμματα έχουν “παιδαγωγικές αρετές”. Οι αποδείξεις στο πλαίσιο ενός συστήματος λογικών αξιωμάτων και κανόνων απαιτούν συχνά να

έχει κανείς “ευφυείς ιδέες” για να τις ολοκληρώσει. Αντίθετα τα δένδροδιαγράμματα λειτουργούν πιο “μηχανικά”: οι “ευφυείς ιδέες”, μολονότι βοηθούν, δεν είναι απαραίτητες επειδή η υπομονετική ορθή εφαρμογή των δένδροδιαγραμματικών κανόνων θα οδηγήσει τελικά σε αποτέλεσμα (εφόσον το πρόβλημα είναι επιλύσιμο).

Συμπληρωματικά, θα μπορούσε κανείς να προτείνει μερικές πρόσθετες, αλλά *ελάσσονος σημασίας*, βελτιώσεις της *Λογικής*. Λίγες έχουν να κάνουν με ζητήματα περιεχομένου: ο πίνακας στη σ. 29 ενδέχεται να παραπλανήσει τον μη προσεκτικό αναγνώστη, η πραγμάτευση των ταυτολογικών, αντιφατικών και ενδεχομενικών προτάσεων στις σ. 83-91 συγκαλύπτει διακρίσεις που κατέστησε σημαντικές η φιλοσοφική διερεύνηση της έννοιας της αναγκαιότητας από τον Κρίπκι (Saul Kripke), κ.ά. Άλλες έχουν να κάνουν με ζητήματα ορολογίας: ο όρος «δομή επιχειρήματος» είναι ίσως προτιμότερος από τον όρο «επιχειρηματική δομή» (σ. 37), ενώ ο όρος «συνθήκες αληθείας» ακούγεται περισσότερο οικείος από τον όρο «αρχές αληθείας» (σ. 64).

Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι δεδομένης της ένδειας της ελληνόγλωσσης βιβλιογραφίας πάνω σε ζητήματα λογικής, οι συγγραφείς της *Λογικής* είχαν να αντιμετωπίσουν την πρόσθετη δυσκολία της επινόησης εκφράσεων για την απόδοση ξενόγλωσσων όρων. Και ως προς αυτό, η συμβολή του έργου θα αποδειχθεί σημαντικότερη. Γενικά, η *Λογική* έρχεται να καλύψει ένα τεράστιο κενό στην ελληνόγλωσση φιλοσοφική γραμματεία. Και το καλύπτει με αξιοθαύμαστο τρόπο.

### Σημειώσεις:

[1] Οι συγγραφείς προτιμούν τη διατύπωση «αληθοσυναρτησιακή εγκυρότητα επιχειρηματικών σχημάτων». Ωστόσο, ο όρος «μορφή επιχειρήματος» φαίνεται πιο δόκιμος από τον όρο «επιχειρηματικό σχήμα» ενώ η ταύτιση της προτασιακότητας με την αληθοσυναρτησιακότητα ενδέχεται να οδηγήσει σε παρανοήσεις, όπως ισχυρίζομαι παρακάτω.

[2] Η πραγμάτευση της μη αποκρισιμότητας της πρωτοβάθμιας λογικής που βρίσκει κανείς στη *Λογική* έχει κάποιες αδυναμίες. Στη σ. 252, αμέσως κάτω από μια ορθή διατύπωση της σημασίας της έκφρασης «μη αποκρισιμότητα για την πρωτοβάθμια λογική», διαβάζουμε ότι η εν λόγω μη αποκρισιμότητα «σημαίνει ότι είναι δυνατόν να μην υπάρχει απόδειξη από ένα σύνολο πρωτοβάθμιων προτάσεων ούτε της A ούτε της  $\neg(A)$ ». Αυτή η επεξήγηση συγχέει τη μη αποκρισιμότητα της πρωτοβάθμιας λογικής με τη μη πληρότητα πρωτοβάθμιων θεωριών κατά Γκέντελ. Το ότι μια πρωτοβάθμια πρόταση μπορεί να είναι τέτοια ώστε ούτε η ίδια ούτε η άρνησή της να αποδεικνύεται από ένα δεδομένο σύνολο πρωτοβάθμιων προτάσεων είναι ένα παντελώς τετριμμένο γεγονός. Παραδείγματος χάριν, από την  $\exists x \exists y Rxy$  δεν αποδεικνύεται ούτε η  $\exists x Rxx$  ούτε η  $\neg \exists x Rxx$ . Εκείνο που απέδειξε ο Alonzo Church το 1936 είναι ότι δεν υπάρχει αλγόριθμος που να αποφασίζει εάν μια πρωτοβάθμια πρόταση είναι λογικά αληθής ή όχι – και μάλιστα υπό την προϋπόθεση ότι η πρωτοβάθμια γλώσσα περιέχει τουλάχιστον ένα διθέσιο κατηγορημα. (Η *αποκρισιμότητα* της λογικής των *μονοθέσιων* κατηγορημάτων είχε αποδειχθεί από τον Löwenheim το 1915.) Σχετικά βλ. G. S. Boolos & R. C. Jeffrey,

*Computability and logic*, 2nd edition, Cambridge: Cambridge University Press 1980, κεφ. 15.

[3] Από αυτή την άποψη, ο κλασικός πρωτοβάθμιος κατηγορηματικός λογισμός μπορεί πράγματι να εκληφθεί ως *επέκταση* του κλασικού προτασιακού λογισμού (πρβλ. *Λογική*, σ. 179, σημ. 1) με την έννοια ότι εξετάζει, όχι μόνον τη *διαπροτασιακή*, αλλά και την *ενδοπροτασιακή* δομή – ή, αυστηρότερα, ορισμένα *είδη* τέτοιων δομών.

---

**Δημοσιεύθηκε:** 2.4.2009

**Τρόπος παραπομπής στη βιβλιοκρισία:**

Αραγεώργης, Α.: (Βιβλιοκρισία του:) Δημήτρης Πορτίδης / Στάθης Ψύλλος / Διονύσιος Αναπολιτάνος: *Λογική. Η δομή του επιχειρήματος* (Αθήνα: Νεφέλη 2007). *Κριτικά* 2009-01, <<http://www.philosophica.gr/critica/2009-01.html>>.