

Ασκήσεις 2
25 Απριλίου 2013

Κατασκευάσαμε ένα πρόγραμμα Matlab με το οποίο μπορείτε να κάνετε πειράματα και να αποκτήσετε κάποια διαίσθηση για της συμπεριφορά της KdV εξίσωσης στη μορφή (χωρίς το 6): $u_t = -uu_x - u_{xxx}$ στο διάστημα $[-\pi, \pi]$ με περιοδικές συνοριακές συνθήκες. Το κύριο πρόγραμμα που υπολογίζει την εξέλιξη είναι το `kdv1.m` στο οποίο μπορείτε να αλλάξετε την αρχική διαταραχή, το πλάτος της καθώς και το χρονικό διάστημα ολοκλήρωσης. Το πρόγραμμα `dtkdv.m` υπολογίζει τη χρονική παράγωγο. Οι γραμμές με τις παραμέτρους είναι οι εξής:

$$N = 256; dt = 0.4/N^2; x = (2 * \pi/N) * (-N/2 : N/2 - 1)'; tmax = 0.04;$$

Το N είναι ο αριθμός των σημείων στο x . Μην το αλλάξετε αυτό. $tmax$ ο μέγιστος χρόνος.

Οι δύο σολιτονικές λύσεις που θα αλληλεπιδράσουν είναι οι

$$A = 25; B = 16; u0 = 3 * A^2 * \operatorname{sech}(.5 * (A * (x + 2)))^2 + 3 * B^2 * \operatorname{sech}(.5 * (B * (x + 1)))^2;$$

Προσέξτε ότι το πλάτος είναι μεγάλο έτσι ώστε να μπορούν να εντοπιστούν οι λύσεις στο διάστημα $[-\pi, \pi]$. Συνεπώς τα δύο αυτά σολιτόνια βρίσκονται σε περιοχές υψηλής ενέργειας.

Τρέξτε το πρόγραμμα και θα δείτε τη σύγκρουση και την εξέλιξη.

Αν θέλετε Γκαουσιανή αρχική συνθήκη αρχίστε με

$$A = 25; u0 = A^2 * \exp(-x.^2/0.1); tmax = 0.04;$$

Αρχίστε πρώτα με μεγάλο πλάτος και δέστε τι συμβαίνει. Τώρα μειώστε το πλάτος και περιγράψτε τι γίνεται. Τι θα συμβεί στο όριο μικρού πλάτους; Μπορείτε να γράψτε αναλυτικά τη λύση;