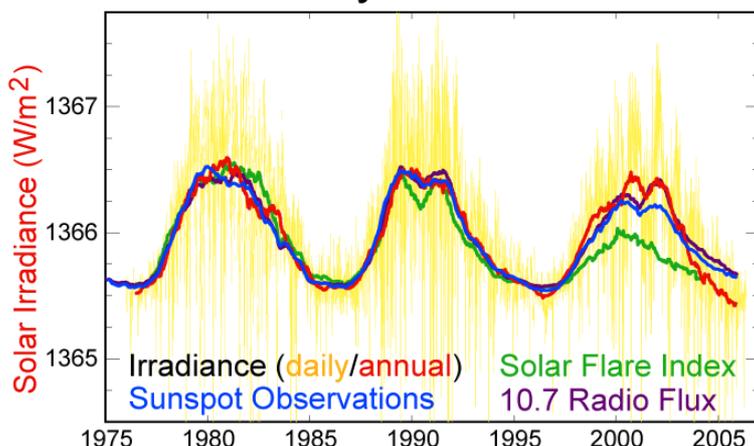


## Solar Cycle Variations



Σχήμα 1: Η μεταβολή της ηλιακής ακτινοβολίας  $S_0$  που φτάνει στη γή λόγω του ηλιακού κύκλου. Η συνολική ακτινοβολία που δέχεται η γη κατανέμεται σε όλη την επιφάνεια της γης, συνεπώς ανά μονάδα επιφανείας και χρόνου η γη δέχεται  $Q_0 = S_0/4$  έτσι ώστε  $S_0\pi R_e^2 = 4\pi R_e^2 Q_0$ ,  $R_e$  η ακτίνα της Γης. Ας θεωρήσουμε περιοδική μεταβολή της σταθεράς  $Q_0 = 341(1 + \alpha \sin 2\pi t)$   $W/m^2$  όπου η μονάδα του χρόνου λαμβάνεται ο ηλιακός κύκλος και το πλάτος της ταλάντωσης είναι περίπου  $\alpha = 10^{-3}/4$ .

### Ασκήσεις στη Μη Γραμμική Δυναμική - Σειρά Α

1) Θεωρήστε την γραμμική διαφορική εξίσωση

$$\dot{x} = x + \cos t$$

α) Προσδιορίστε τη γενική αναλυτική λύση της παραπάνω γραμμικής εξίσωσης

β) Δείξτε ότι υπάρχει μόνο μία περιοδική τροχιά και προσδιορίστε την.

γ) Προσδιορίστε πρώτα αναλυτικά την απεικόνιση Poincare  $p : x(t=0) \rightarrow x(t=2\pi)$  του παραπάνω δυναμικού συστήματος, και έπειτα επαναλάβετε τον υπολογισμό με αριθμητική ολοκλήρωση ελέγχοντας με αυτό τον τρόπο την αριθμητική σας μέθοδο.

δ) Δείξτε τώρα πάλι μέσω της απεικόνισης Poincare ότι υπάρχει μόνο μία περιοδική λύση. Είναι η περιοδική λύση ευσταθής ή όχι; Ποιά τα συμπεράσματά σας αν η εξίσωση ήταν η  $\dot{x} = -x + \cos t$ ;

ε) Γράψτε μία με δύο γραμμές τι σας κάνει εντύπωση σε αυτή την άσκηση.

2) Θεωρήστε το κλιματικό μοντέλο τύπου Budyko με περιοδικά μεταβαλλόμενη ηλιακή σταθερά:

$$M \frac{dT}{dt} = Q_0(1 + \epsilon \sin 2\pi t)(1 - \alpha(T)) - (A + BT),$$

παρόμοιο με αυτό που συζητήσαμε στην τάξη. Η σταθερά μεταβάλλεται λόγω του ηλιακού κύκλου αλλά και σε μεγαλύτερους χρόνους από αλλαγές της τροχιάς της γης όπως υπολόγισε πρώτος ο Milankovitch<sup>1</sup>. Θεωρήστε τις εξής τιμές  $A = -450$ ,  $B = 2.5$  και την εξής έκφραση για την ανακλαστικότητα:

$$\alpha(T) = \begin{cases} \alpha_i & T < T_i \\ \alpha_0 + (\alpha_i - \alpha_0) \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{T - T_i}{T_f - T_i}\right)\right) & T_i \leq T \leq T_f \\ \alpha_0 & T > T_f \end{cases}$$

όπου  $\alpha_i = 0.7$  η ανακλαστικότητα όταν η Γη είναι καλυμμένη όλη με πάγο που θεωρούμε ότι συμβαίνει όταν  $T < T_i = 240$  K. και όταν  $T > T_f = 300$  K η Γη δεν έχει πουθενά πάγο και η μέση

<sup>1</sup> Η θεωρία του όμως δεν μπορεί να εξηγήσει την αλληλουχία των κλιμάτων παγετώνων. Διαβάστε το ωραιότατο άρθρο στην wikipedia.org για τα Ice ages.

ανακλαστικότητα είναι  $\alpha_0 = 0.2$ <sup>2</sup>.

Θεωρήστε  $Q_0 = 341 \text{ W/m}^2$ . Περιγράψτε τη συμπεριφορά του συστήματος για διάφορες τιμές της τάλαντωσης  $\epsilon$  και συζητήστε με συντομία τα συμπεράσματά σας.

---

<sup>2</sup>Υποθέτουμε δηλαδή ότι η κάλυψη της γης με παγετώνες αυξάνεται όσο μικραίνει η θερμοκρασία και ότι ο κύριος παράγων που ελέγχει την ανακλαστικότητα είναι το ποσοστό των παγετώνων