

Μη γραμμική Δυναμική

Παράδοση (αυστηρά) 6 Απριλίου 2011, ώρα 3μμ. Δεν θα γίνει δεκτό τίποτε μετά από αυτή την ώρα.

1. Στη περίπτωση του ταλαντωτή:

$$\ddot{x} + \omega^2 x + \epsilon(\Omega^2 x^2 - 1)\dot{x} = 0$$

προσδιορίστε την ακτίνα του οριακού κύκλου όταν το $\epsilon \ll 1$.

2. Προσδιορίστε τη τροχιά του ταλαντωτή:

$$\ddot{x} + x + 2\gamma\dot{x} = 0$$

αν αρχικά ήταν $x(0) = 1$ και $\dot{x}(0) = 0$ για $\gamma = 0.1$, $\gamma = 2$, $\gamma = 10$. Γράψτε την αναλυτική λύση σε κάθε περίπτωση και συγκρίνατε την αριθμητική με την αναλυτική λύση. Για ποία τιμή της τριβής το σύστημα αποκαθίσταται πιο γρήγορα στη κατάσταση ισορροπίας;

3. Προσδιορίστε αριθμητικά τη τροχιά του ταλαντωτή:

$$\ddot{x} + x + 0.2\dot{x} = \cos(\omega t)$$

για διάφορες αρχικές συνθήκες και $\omega = 1.2$. Δείξτε ότι ανεξαρτήτως των αρχικών συνθηκών η κίνηση καταλήγει σε μία αρμονική ταλάντωση της μορφής $R \cos(\omega t - \phi)$. Πάρτε τώρα τιμές $0 < \omega < 2$ και προσδιορίστε αριθμητικά το πλάτος $R(\omega)$ και τη φάση $\phi(\omega)$ της ταλάντωσης. Συγκρίνατε το αποτέλεσμά σας με την αναλυτική έκφραση.