ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Τμήμα Φυσικής

Μη Γραμμική Δυναμική

Απρίλιος 2006

Π. Ιωάννου & Φ. Διάκονος

Πρώτη Εργασία. Παράδοση 3 Μαϊου- Δεν θα δεχθώ εργασίες μετά από αυτή την ημερομηνία.

ΘΕΜΑ Α (50 μονάδες) Θεωρήστε τον μη γραμμικό ταλαντωτή:

$$\ddot{x} + \epsilon \dot{x}^3 + x = 0 \ ,$$

με αρχικές συνθήκες: $x(0) = 1$ και $\dot{x}(0) = 0$ και $\epsilon << 1$. Δείξτε ότι η ενέργεια του ταλαντωτή είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου και εξ'αυτού ότι $x(t) \to 0$ όταν $t \to \infty$. Προσδιορίστε με τη μέθοδο των δύο χρόνων, με δεύτερο χρόνο τον $T = \epsilon t$ την πρώτη ασυμπτωτική προσέγγιση της λύσης με αυτές τις αρχικές συνθήκες. Πώς φθίνει το πλάτος της ταλάντωσης; Ολοκληρώσατε αριθμητικά το παραπάνω πρόβλημα για την περίπτωση που το $\epsilon = 0.3$ και σχεδιάστε στο ίδιο γράφημα την $x(t)$ συναρτήσει του χρόνου και την ασυμπτωτική προσέγγιση μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 200$. Μετά από πιο χρονικό διάστημα η πρώτη προσέγγιση που υπολογίσατε πάυει να είναι καλή;

ΘΕΜΑ Β (50 μονάδες) Θεωρήστε τον μη γραμμικό ταλαντωτή:

$$\ddot{x} + x = \epsilon \left(\dot{x} - \frac{1}{3}\dot{x}^3 \right) \ ,$$

με αρχικές συνθήκες: $x(0) = 0$ και $\dot{x}(0) = 2a$ και $\epsilon << 1$. Για να βρείτε τι θα συμβεί προσδιορίστε με τη μέθοδο των δύο χρόνων, με δεύτερο χρόνο τον $T = \epsilon t$ την πρώτη ασυμπτωτική προσέγγιση της λύσης με αυτές τις αρχικές συνθήκες. Ολοκληρώσατε αριθμητικά το παραπάνω πρόβλημα για την περίπτωση που το $\epsilon = 0.2$ και $a = 0.05$ και σχεδιάστε στο ίδιο γράφημα την $x(t)$ συναρτήσει του χρόνου και την ασυμπτωτική προσέγγιση μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 20\pi$. Μετά από πιο χρονικό διάστημα η πρώτη προσέγγιση που υπολογίσατε πάυει να είναι καλή;