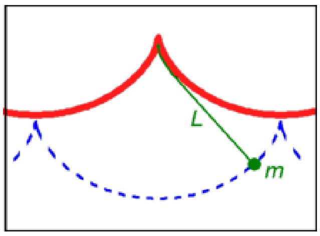
Άσκηση 1
Σε ένα απλό εκκρεμές που βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας, να υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης όταν η γωνία θ είναι πολύ μικρή. Στη συνέχεια να βρεθεί η πρώτης τάξης διόρθωση στην περίοδο όταν η γωνία δεν είναι πολύ μικρή. [Υποδ.: Κατασκευάστε τις εξισώσεις κίνησης, και λύστε τις φορμαλιστικά χρησιμοποιώντας τη διατήρηση της ενέργειας. Στην επίλυση του τελικού ολοκληρώματος που θα σας δώσει την περίοδο προσπαθήστε να το επανασχηματίσετε υπό τη μορφή αναπτύγματος ολοκληρωμάτων που μπορείτε να υπολογίσετε με μικρή ποσότητα το πλάτος ταλάντωσης.] Ποιο είναι το ποσοστό αλλαγής της περιόδου T από τη γνωστή τιμή $2\pi\sqrt{l/g}$ για $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$; Το πρόβλημα να λυθεί αναλυτικά (ως ανάπτυγμα) και αριθμητικά (αριθμητικός υπολογισμός του ολοκληρώματος).

Άσκηση 2
Να δείξετε ότι η δίχως τριβές ολίσθηση σημειακής μάζας πάνω σε μια επιφάνεια που έχει σχήμα κυκλοειδούς τροχιάς, θα εκτελεί ταλάντωση με περίοδο ταλάντωσης η οποία δεν εξαρτάται από το πλάτος της αιώρησης (δηλ. το σημείο εκκίνησης).

Άσκηση 3
Το εκκρεμές του Huygens: Δείξτε ότι αν ένα εκκρεμές κρεμαστεί από την αιχμή μιας κυκλοειδούς επιφάνειας έτσι ώστε όταν αποκλίνει από την κατακόρυφο ένα μέρος του νήματος να “πατάει” πάνω στην κυκλοειδή επιφάνεια (κόκκινη καμπύλη) και το υπόλοιπο να εφάπτεται στην επιφάνεια, τότε η μάζα που αναρτάται στο άκρο του εκκρεμούς διαγράφει και πάλι μια κυκλοειδή κίνηση (μπλε διάστικτη καμπύλη) και επομένως (σύμφωνα με την προηγούμενη άσκηση) θα έχει περίοδο ανεξάρτητη του πλάτους αιώρησης. [Το μήκος του νήματος θα πρέπει να είναι ίσο με το μισό μήκος της κυκλοειδούς έτσι ώστε στην πλέον ακραία θέση της η μάζα να ακουμπά στο κατώτερο άκρο της κυκλοειδούς.)



Η παραμετρική εξίσωση της κυκλοειδούς (της αναποδογυρισμένης που χρειαζόμαστε εδώ) είναι

$$x = R(\phi - \sin\phi)\ ,\ z = -R(1-\cos\phi)\ \text{ με } \phi \in [-\pi, +\pi] \tag{1}$$

(το z κοιτάζει προς τα πάνω).