



Προβλήματα Μηχανικής Ι (της 12/10/2011)

Πρόβλημα Α: Αν από τις παρατηρήσεις του ο Κέπλερ διαπίστωνε ότι όλοι οι πλανήτες του Ηλιακού συστήματος είχαν σταθερό λόγο

$$\frac{a^n}{T^2},$$

όπου a ο μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς και T η περίοδος περιφοράς γύρω από τον Ήλιο του κάθε πλανήτη και επιπλέον όλοι οι πλανήτες περιστρέφονταν σε κυκλική αντί σε ελλειπτική τροχιά, τι μορφής θα ήταν η δύναμη της βαρύτητας; Συγκεκριμένα αν η δύναμη ήταν ανάλογη του $1/r^k$ ποια τιμή θα είχε ο δείκτης k ;

Πρόβλημα Β: Εφαρμογή του θεωρήματος Taylor (μπορείτε να το βρείτε σε οποιοδήποτε βιβλίο Ανάλυσης). Δείξτε ότι για μικρές τιμές του x ισχύουν οι ακόλουθες προσεγγιστικές σχέσεις:

$$(1+x)^n \simeq 1+nx$$

$$e^x \simeq 1+x$$

$$\ln(1+x) \simeq x$$

$$\sin x \simeq x$$

$$\cos x \simeq 1-x^2/2$$

Στη συνέχεια ελέγξτε αν μπορείτε να ξεπεράσετε το κομπιουτεράκι σας υπολογίζοντας τα $\sqrt{0.98}$, $e^{0.99}$, $\ln(1.03)$, $\sin(0.012)$, $\cos(0.1)$.