

Athenies Φιλ. 1

(1)



- ε χωριστής

$$\vec{AO} = \vec{OA}_1, \quad \vec{AO} = \vec{OA}_2 \\ \vec{BO} = \vec{OB}_1, \quad \vec{BO} = \vec{OB}_2$$

ε διαφέρουσας

$$\vec{A}_1\vec{B}_1 = \vec{OB}_1 - \vec{OA}_1 = \vec{BO} - \vec{AO} = \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA} \\ \vec{A}_2\vec{B}_2 = \vec{OB}_2 - \vec{OA}_2 = \vec{BO} - \vec{AO} = \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$$

οπού $\vec{A}_1\vec{B}_1 = \vec{A}_2\vec{B}_2 \Rightarrow \vec{A}_1\vec{A}_2 = \vec{B}_1\vec{B}_2$

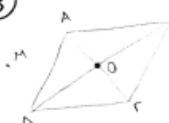
(2)

Ξέρουμε ότι $\vec{OA} = \vec{O'A}'$ και $\vec{OB} = \vec{O'B}'$

i) $\vec{AA}' = \vec{O'A}' - \vec{OA} = \vec{OA}' - \vec{O'A}' = \vec{AO}' - \vec{AO} = \vec{OO}' \rightarrow \vec{AA}' = \vec{BB}'$
 $\vec{BB}' = \vec{OB}' - \vec{OB} = \vec{OB}' - \vec{O'B}' = \vec{BO}' - \vec{BO} = \vec{OO}'$

ii) $\vec{AB} = \vec{A'B}' ?$ Σπάστων $\vec{AA}' = \vec{BB}' \Rightarrow \vec{AB} = \vec{A'B}'$

(3)



i) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{OA} - \vec{OM} + \vec{OB} - \vec{OM} + \vec{OC} - \vec{OM} + \vec{OD} - \vec{OM} = \\ = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} - 4\vec{OM} \\ = 4\vec{OM}$

ii) Το κέντρο είναι \vec{O} .

(4)

Για να είναι $\vec{A}, \vec{B}, \vec{\Gamma}$ συνδεσμού αριθμού: να $\exists \lambda$ ώστε

$$\vec{AB} = \lambda \vec{BG}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + 2\vec{b}$$

$$\vec{BG} = \vec{OG} - \vec{OB} = 5\vec{a} + 9\vec{b} - 2\vec{a} - 3\vec{b} = 3\vec{a} + 6\vec{b} = 3(\vec{a} + 2\vec{b})$$

Άρα $\vec{BG} = 3 \vec{AB} \Rightarrow \vec{A}, \vec{B}, \vec{\Gamma}$ συνδεσμού



(5)*

\exists ένα $\lambda_1 \neq 0$ χωρίς ορθόνομος τους γενικούς

μέσορων να καθοδηγεί την $\lambda_1 \neq 0$.

$$\text{Τότε } \lambda_1 \vec{OA} + \lambda_2 \vec{OB} + \lambda_3 \vec{OG} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{OB} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{OA} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{OB} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \vec{OB} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{OB} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG} = \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) \vec{OB} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG}$$

$$\vec{AG} = \vec{OG} - \vec{OA} = \vec{OG} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{OB} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OB} + \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) \vec{OG}$$

$$\vec{BG} = \vec{OG} - \vec{OB}$$

$$\vec{AB} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \vec{OB}}{\lambda_1} + \frac{\lambda_3 \vec{OG}}{\lambda_1} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OB} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} (\vec{OG} - \vec{OB})$$

$$\vec{AG} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \vec{OB} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \vec{OG} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} (\vec{OB} - \vec{OG})$$

Άρα $\vec{A}, \vec{B}, \vec{\Gamma}$ συνδεσμού.

(6)

$$\vec{AG} = \vec{OG} - \vec{OA} = -\frac{3}{7}\vec{OA} + \frac{4}{7}\vec{OB} - \vec{OA} = \frac{4}{7}\vec{OB} - \frac{7}{7}\vec{OA} = \underline{\underline{\frac{4}{7}\vec{AB}}}$$

Αριθμοί α, A, B, Γ είναι διανυσματικοί

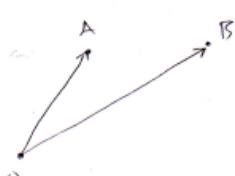
$$\vec{GB} = \vec{OB} - \vec{OG} = \vec{OB} - \frac{3}{7}\vec{OA} - \frac{4}{7}\vec{OB} = \underline{\underline{-\frac{3}{7}\vec{OB} - \frac{3}{7}\vec{OA} = \frac{3}{7}\vec{AB}}}$$

Αριθμοί $\vec{AG} // \vec{GB}$ αριθμοί α, Γ βρίσκεται πλευρή των A, B
 $\vec{AG} - 2\vec{GB} = \vec{0} \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{4}{7}\vec{AB} - \frac{32}{7}\vec{AB} = \vec{0}}} \Leftrightarrow \underline{\underline{4-32=0 \Leftrightarrow 2=\frac{32}{3}}}$

(7)* Αξιόπιστη σύνδυσμος

$$\vec{OG} = 2\vec{OA} + (1-2)\vec{OB} \Leftrightarrow$$

$$\vec{OG} = 2\vec{OA} - 2\vec{OB} + \vec{OB} = 2\vec{BA} + \vec{OB} \Leftrightarrow \vec{BG} = 2\vec{BA}$$



- Αν $2 > 0$ τότε \vec{BG} βρίσκεται αριστερά του \vec{BA}
- Αν $0 < 2 < 1$ τότε $|\vec{BG}| < |\vec{BA}|$ βρίσκεται μεταξύ των A, B
- Αν $2 > 1$ τότε αριθμοί $|\vec{BG}| > |\vec{BA}|$ βρίσκεται αριστερά των A, B

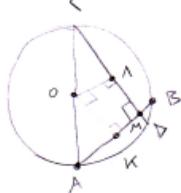
Αν $2 < 0$ τότε βρίσκεται σεριά των B .

⑧

$$\begin{aligned} 3\vec{GG'} &= 3\vec{OG}' - 3\vec{OG} = \vec{OA}' + \vec{OB}' + \vec{OF}' - \vec{OA} - \vec{OB} - \vec{OF} \\ &= \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{FF'} \end{aligned}$$



⑨



- Egw και λειτουργία των

AB, KL.

$$\text{Τότε } \vec{OK} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OB})$$

$$\vec{OL} = \frac{1}{2} (\vec{OF} + \vec{OD})$$

$$\text{Άρα } \vec{OK} + \vec{OL} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OF} + \vec{OD})$$

Όπως

$$\vec{OK} \perp \vec{OL}$$

αριθμητικά

$$\vec{OK} + \vec{OL} = \vec{OM}$$

$$\rightarrow \vec{OM} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OF} + \vec{OD})$$



⑩

i) Egw ου και ≠ 0 οι 2 ≠ 0.

$$\text{Ζετείται } \vec{a} + \frac{\lambda}{\mu} \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = -\frac{\lambda}{\mu} \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \text{ ΑΠΟΠΟΙΗΣΗ}$$

$$\text{ii) } (\lambda - \mu) \vec{a} + (2 - \nu) \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda - \mu = 0 \text{ και } 2 - \nu = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \mu \text{ και } 2 = \nu.$$

(11)

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a} = 2\vec{b}$$

Tőzsdé

$$\vec{s} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = 2\vec{a}\vec{b} + 3\vec{b} = (2+3)\vec{b}$$

$$\vec{s} = \vec{a} - 4\vec{b} = 2\vec{b} - 4\vec{b} = (1-4)\vec{b}$$

Apa $\vec{s} \parallel \vec{b}$, $\vec{s} \parallel \vec{b}$.

$$\boxed{\vec{s} = \frac{2+3}{1-4}\vec{b}}$$

Apa $\vec{s} \parallel \vec{b}$

Enthält \vec{s} zu \vec{b} $\vec{s} \parallel \vec{b}$ \vec{s} ?

(Sind \vec{s} und \vec{b} zu \vec{s}, \vec{b} linear unabhängig?)

$$\text{Dann } 1-4 < 0 \Leftrightarrow 1 < 4$$

$$2+3 < 0 \Leftrightarrow 1 < -\frac{3}{2}$$

	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	4	$+\infty$
$1-4$	-	-	+	
$2+3$	-	0	+	+
$\frac{1-4}{2+3}$	+	-	+	
	$\sqrt[3]{5}$	$\sqrt[3]{5}$	$\sqrt[3]{5}$	

(12)

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \quad \text{Für } \mu \in \mathbb{R} \text{ es gilt: } \vec{a} + 2\vec{b} = 2\vec{a} - (\lambda+1)\vec{b}$$

Daraus folgt $\exists \mu \in \mathbb{R}$ es gilt:

$$\vec{a} + 2\vec{b} = \mu(2\vec{a} - (\lambda+1)\vec{b}) \Leftrightarrow \vec{a} + 2\vec{b} = 2\mu\vec{a} - \mu(\lambda+1)\vec{b} \Leftrightarrow$$

$$(1-2\mu)\vec{a} + (\lambda+1-2\mu)\vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2\mu=0 \\ \lambda+1-2\mu=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu = \frac{1}{2} \\ \lambda+1=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Apa $\vec{a} + 2\vec{b}, 2\vec{a} - (\lambda+1)\vec{b}$ linear unabhängig?

$$\mu = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad \lambda+1-2\mu=0 \Leftrightarrow \lambda+1-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow \lambda+1=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \lambda=-\frac{1}{2}$$

$$\boxed{\lambda = -\frac{1}{2}}$$

$$\text{Daraus } \vec{s} = \frac{1}{2}\vec{b}$$

(13) A' Tipos
 $\vec{a} \parallel \vec{e} + \vec{g}$, $\vec{a} \parallel \vec{g}$, $\vec{e} \parallel \vec{g}$ ($\Rightarrow \vec{a}, \vec{e}, \vec{g} \neq \vec{0}$)

$$\vec{a} \parallel \vec{e} + \vec{g} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda(\vec{e} + \vec{g}) \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

$$\vec{e} \parallel \vec{g} + \vec{a} \Leftrightarrow \vec{e} = \mu(\vec{g} + \vec{a})$$

$$\begin{aligned}\vec{a} + \vec{g} &= \lambda \vec{e} + \lambda \vec{g} + \mu \vec{g} + \mu \vec{a} = \lambda(\mu(\vec{g} + \vec{a})) + \lambda \vec{g} + \mu \vec{g} + \mu \vec{a} \\ &= (\lambda\mu + \lambda + \mu)\vec{g} + (\lambda + \mu)\vec{a}\end{aligned}$$

Apa Dependeva de S.O $\boxed{\lambda\mu + \lambda + \mu = 0}$

$$\vec{a} = 2\vec{e} + 2\vec{g} = 2\mu(\vec{g} + \vec{a}) + 2\vec{g} = 2\mu\vec{g} + 2\mu\vec{a} + 2\vec{g} \Leftrightarrow$$

$$\underline{(1-2\mu)\vec{a} = (2\mu+1)\vec{g}}$$

$$\begin{aligned}\vec{g} &= \mu(\vec{g} + \vec{a}) = \mu\vec{g} + \mu(\lambda(\vec{g} + \vec{a})) = (\mu + \lambda\mu)\vec{g} + 2\mu\vec{a} \quad \Leftrightarrow \\ &\underline{(1-2\mu)\vec{g} = (2\mu+1)\vec{g}}\end{aligned}$$

(ou seja, para que existam soluções lineares)

Ydiápxow São dependentes

- $2\mu + 1 = 0 \Leftrightarrow \underline{\mu = -1}$ ou $1-2\mu = 0 \Leftrightarrow 2\mu = 1 \Leftrightarrow \underline{\lambda = -1}$

ou seja

$$\vec{a} + \vec{g} = -\vec{g} \Leftrightarrow \underline{\vec{a} + \vec{g} \parallel \vec{g}}$$

- $2\mu + 1 \neq 0$ e $1-2\mu \neq 0$
ou seja $\vec{a} \parallel \vec{g}$. Assim.

Cofixos avajugua $\boxed{\lambda = \mu = -1}$ lineares

Apa $\vec{a} + \vec{g} = -\vec{g}$

B' zpôsob

$$\vec{b} + \vec{y} = 2\vec{a}$$

$$\vec{y} + \vec{a} = \mu \vec{b}$$

]

$$\vec{b} - \vec{a} = 2\vec{a} - \mu \vec{b} \Leftrightarrow$$

$$(1+\mu)\vec{b} = (1+2)\vec{a}$$

Ave $1+\mu \neq 0$ in $(1+2) \neq 0 \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a}$ Azeodo

Apa $1+\mu=0$ ave $1+2=0 \Leftrightarrow \mu = 2 = -1$

Ľubopysivs $\vec{b} + \vec{y} = -\vec{a} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = -\vec{y} \Rightarrow \vec{y} \parallel \vec{a} + \vec{b}$

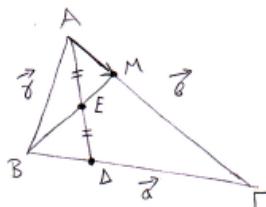
$$\vec{y} + \vec{a} = -\vec{b}$$

(14)

$$\vec{BD} = \frac{1}{3}\vec{BG}$$

$$\vec{AE} = \vec{ED}$$

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \vec{BG} \\ \vec{b} &= \vec{AG} \\ \vec{y} &= \vec{AB} \\ \vec{a} &= \vec{b} - \vec{y}\end{aligned}$$



$$\vec{BD} = \frac{1}{3}\vec{a}$$

$$\vec{AE} = \vec{ED} = \frac{1}{2}\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{BD} - \vec{BA}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{y}\right) = \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{y}$$

$$\text{Ľubom} \quad \vec{AM} = 2\vec{AF} = 2\vec{b}$$

$$\vec{EM} = \mu \vec{BM} = \mu(\vec{AM} - \vec{AB}) = \mu(2\vec{b} - \vec{y})$$

$$\text{Odpôs} \quad \vec{AE} + \vec{EM} = \vec{AM} \quad (\Leftarrow) \quad \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{y} + 2\mu\vec{b} - \mu\vec{y} = 2\vec{b} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{6}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{y} + 2\mu\vec{b} - 4\vec{y} - 2\vec{b} = \vec{0} \quad (\Leftarrow)$$

$$\left(\frac{1}{6} + 2\mu - 2\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - 4\right)\vec{y} = \vec{0} \quad (\Leftarrow)$$

$$\left(\frac{1}{6} + 2\mu - 2\right)\vec{b} + \left(\frac{2}{6} - 4\right)\vec{y} = \vec{0}$$

Αγορι $\vec{a} \neq \vec{b}$

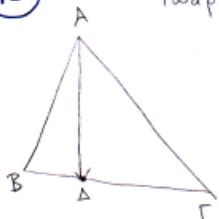
$$\mu = \frac{1}{3} \quad \text{και} \quad \frac{1}{6} + \frac{2}{3} - 2 = 0 \Rightarrow -\frac{22}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow 2 = \frac{1}{4}$$

Αρι

$$\boxed{\vec{AM} = \frac{1}{4} \vec{AF}}$$

(15)

Υδάρχη ✕



$$\vec{AD} = \kappa \vec{AB} + (1-\kappa) \vec{AC}$$

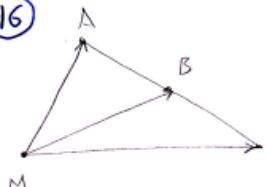
(Δεξιά - Αγνωμένη και σταθερή σε 2B)

$$\text{Εγω } \frac{\vec{BA}}{\vec{BC}} = 2$$

$$\vec{BD} = 2 \vec{BF}$$

$$\begin{aligned} \text{και} \quad \vec{AD} &= \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + 2 \vec{BF} = \vec{AB} + 2(\vec{AF} - \vec{AB}) = \\ &= \vec{AB} + 2 \vec{AF} - 2 \vec{AB} = (1-2) \vec{AB} + 2 \vec{AF} \end{aligned} \quad \underline{2 \in (0,1)}$$

(16)



$$\boxed{\vec{AF} = 2 \vec{BF}}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \text{Εγω } \alpha + \beta + \gamma = 0 &\Rightarrow \gamma = -(a+b) \\ f(M) &= a \vec{MA} + b \vec{MB} - a \vec{MF} - b \vec{MF} = \\ &= a \vec{FA} + b \vec{FB} = a \cdot 2 \vec{FB} + b \vec{FB} = \\ &= (a+2b) \vec{FB} = \underline{\text{Εγω ρέπω.}}$$

(ii) Αγορι $a + b + \gamma \neq 0 \Rightarrow$ Ενα γενικό λεύγον είναι a, b, γ
είναι διαφοροί των μήκων. Εγω $\omega \gamma$. Τοτε $f(M) = \vec{0} \Rightarrow$

$$\vec{MF} = -\frac{a}{\gamma} \vec{MA} - \frac{b}{\gamma} \vec{MB} \Leftrightarrow \vec{MF} = -\frac{a}{\gamma} \vec{FA} + \frac{a}{\gamma} \vec{FM} - \frac{b}{\gamma} \vec{FB} + \frac{b}{\gamma} \vec{FM}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{a}{\gamma} + \frac{b}{\gamma}\right) \vec{MF} = +\frac{a}{\gamma} \vec{AF} + \frac{b}{\gamma} \vec{BF} \Leftrightarrow$$

$$(a+b+\gamma) \vec{M\Gamma} = a \cdot \vec{A\Gamma} + b \cdot \vec{B\Gamma}$$

$$\boxed{\vec{M\Gamma} = \frac{a}{a+b+\gamma} \vec{A\Gamma} + \frac{b}{a+b+\gamma} \vec{B\Gamma}}$$

B' ζριδός (πιο υψηλός)

$$g(m) = \vec{O} \quad (\Rightarrow a \vec{MA} + b \vec{MB} + \gamma \vec{M\Gamma} = \vec{O} \Leftrightarrow)$$

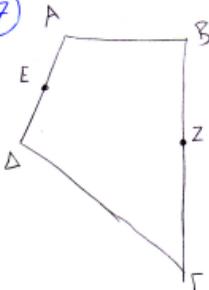
$$a \vec{OA} - a \vec{OM} + b \vec{OB} - b \vec{OM} + \gamma \vec{O\Gamma} - \gamma \vec{OM} = \vec{O} \Leftrightarrow$$

$$(a+b+\gamma) \vec{OM} = a \vec{OA} + b \vec{OB} + \gamma \vec{O\Gamma} \Leftrightarrow$$

$$\vec{OM} = \frac{a}{a+b+\gamma} \vec{OA} + \frac{b}{a+b+\gamma} \vec{OB} + \frac{\gamma}{a+b+\gamma} \vec{O\Gamma}$$

Affine Combination

(17)



$$\begin{aligned}\vec{EZ} &= \frac{1}{2}(\vec{EB} + \vec{E\Gamma}) = -\frac{1}{2}(\vec{BE} + \vec{EG}) = \\ &= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BD}) + \frac{1}{2}(\vec{GA} + \vec{GD})\right) = \\ &= \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AG} + \vec{DB} + \vec{DG}) \\ &= \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AG} + \vec{AB} - \vec{AD} + \vec{AG} - \vec{AD}) = \\ &= \frac{1}{4}(2\vec{AB} + 2\vec{AG} - 2\vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AG} - \vec{AD})\end{aligned}$$

(18)



$$\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{AM} = \vec{OA} + \frac{1}{3} \vec{AB} = \vec{OA} + \frac{1}{3} \vec{OB} - \frac{1}{3} \vec{OA} = \frac{2}{3} \vec{OA} + \frac{1}{3} \vec{OB} \quad \checkmark$$

$$\vec{ON} = \vec{OB} + \vec{BN} = \vec{OB} + \frac{1}{3} \vec{BA} = \vec{OB} + \frac{1}{3} \vec{OA} - \frac{1}{3} \vec{OB} = \frac{2}{3} \vec{OB} + \frac{1}{3} \vec{OA} \quad \checkmark$$

 O

(19)

$$\vec{AG} = 2\vec{GB} \Leftrightarrow \vec{OG} - \vec{OA} = 2\vec{OB} - 2\vec{OG} \Leftrightarrow$$

$$-\vec{AOB} + (1+2)\vec{OG} = \vec{OA}$$

$$\text{Ομοιωση } \quad 2\vec{OA} - 5\vec{OB} + 3\vec{OG} = \vec{O} \quad (\Leftarrow) \quad \vec{OA} = \frac{5}{2}\vec{OB} - \frac{3}{2}\vec{OG}$$

Επομένως για να λειτουργήσει $\vec{AG} = 2\vec{GB}$ πρέπει να καθαρίσει

$$\lambda \text{ σέρνει τη } \vec{OG} \quad \lambda = -\frac{5}{2}, \quad 1+\lambda = -\frac{3}{2} \Rightarrow \lambda = -\frac{5}{2}$$

Άρα $\boxed{\lambda = -\frac{5}{2}}$

Ομοιωση

$$\vec{BA} = \mu \vec{AG} \quad (\Rightarrow) \quad \vec{OA} - \vec{OB} = \mu \vec{OG} - \mu \vec{OA} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{(1+\mu)\vec{OA} - \mu\vec{OG} = \vec{OB}}$$

$$\text{και } \vec{OB} = \frac{2}{5}\vec{OA} + \frac{3}{5}\vec{OG}.$$

Αρκεί να καθαρίσει τη \vec{OG}

$$1+\mu = \frac{2}{5} \quad (\Rightarrow) \quad \mu = -\frac{3}{5} \quad \text{και} \quad -\mu = \frac{3}{5} \quad (\Rightarrow) \quad \mu = \frac{3}{5}$$

Άρα

$$\boxed{\mu = \frac{3}{5}}$$

(20)

Av A, B, Γ շատութան

2023 մարտի 2

ԵՇՅՈՒՅՆ անցք

$$\vec{AB} = 2\vec{B}\Gamma \Leftrightarrow$$

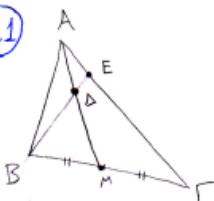
$$\vec{OB} - \vec{OA} = 2\vec{O}\Gamma - 2\vec{OB} \Leftrightarrow -\vec{OA} + (1+2)\vec{OB} - 2\vec{O}\Gamma = \vec{0}$$

Եմույս $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 1+2, \lambda_3 = 2$ առ լայն առ
յուրեւո.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$$

$$|\lambda_1| + |\lambda_2| + |\lambda_3| = 1 + |1+2| + |2| > 1 > 0$$

(21)

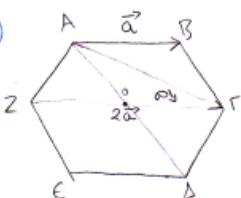


$$\begin{aligned}\vec{BD} &= \vec{AD} - \vec{AB} = \frac{1}{3} \vec{AM} - \vec{AB} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{AF}) \right) - \vec{AB} \\ &= \frac{1}{6} \vec{AB} + \frac{1}{6} \vec{AF} - \vec{AB} = \underline{\underline{\frac{1}{6} \vec{AF} - \frac{5}{6} \vec{AB}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{DE} &= \vec{AE} - \vec{AD} = \frac{1}{5} \vec{AF} - \frac{1}{3} \vec{AM} = \\ &= \frac{1}{5} \vec{AF} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{AF}) \right) = \frac{1}{5} \vec{AF} - \frac{1}{6} \vec{AB} - \frac{1}{6} \vec{AF} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{30} \vec{AF} - \frac{1}{6} \vec{AB}}}\end{aligned}$$

Այս $\vec{BD} = 5 \cdot \vec{DE} \Leftrightarrow B, D, E$ շատութան

(22)



- $\vec{B}\Gamma = \vec{B} - \vec{\alpha}$
- $\vec{F}\Delta = \vec{A}\Delta - \vec{A}\Gamma = 2\vec{\alpha} - \vec{B}$
- $\vec{D}\epsilon = -\vec{\alpha}$
- $\vec{E}Z = -\vec{B}\Gamma = \vec{\alpha} - \vec{B}$
- $\vec{Z}\vec{A} = \vec{A}\Gamma = \vec{B} - 2\vec{\alpha}$

23

$$\text{Ex 23) } \vec{a} + \vec{b} \parallel 2\vec{a} - 3\vec{b}. \quad \text{Then da wdgxet } 2 \\ \vec{c} \in \text{ZOO } \vec{a} + \vec{b} = 2(2\vec{a} - 3\vec{b}) \Leftrightarrow \vec{a} - 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow$$

$$(1-22)\vec{a} = (32-1)\vec{e}$$

$$Av \quad 2 = \frac{1}{2} \quad (\text{since } 1-2+1=0)$$

$$\text{uau} \quad 0 \cdot \vec{a} = \left(\frac{3}{2}-1\right) \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{0}. \quad \text{Aplicando } \vec{a} \parallel \vec{b} \text{ e zero.}$$

$$A \sim 2 + \frac{1}{2}$$

$$\vec{a} = \frac{32-1}{1-22} \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \text{ A. z. w. d.}$$

Endothenius za $\vec{a} + \vec{b}$ uas $2\vec{a} - 3\vec{b}$ Su eival depa 17-ka

o —

24

Si va eivai za 7,5 dapáñuña da dpeñu

Va uDíapxel a zézio m6zE

$$\vec{y} = 2\vec{\delta} \Leftrightarrow x\vec{a} - \vec{b} = 2(2\vec{a} + 3\vec{c}) \Leftrightarrow$$

$$(\kappa - 2\vartheta) \vec{\alpha} = (1 + 3\vartheta) \vec{\beta}$$

$$\bullet \text{Av} \quad 1+3\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda = -\frac{1}{3}$$

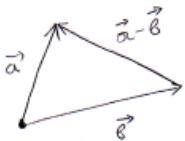
$$\text{where } (\lambda - 22)\vec{\alpha} = \vec{0} \Leftrightarrow \lambda = 22$$

(यदि $\vec{a} \neq \vec{0}$, तो $\vec{a} \parallel \vec{b}$ का बाबा)

• Av $\vec{A} \neq -\frac{1}{3}$ we $\vec{a} \parallel \vec{b}$ Aredo.

$$\text{Enofjörður} \quad 2 = -\frac{1}{3} \quad \text{uea} \quad x = -\frac{2}{3}.$$

(25)



Η αντίστροφη τας γνωστής
νόμου πινακικής είναι η γραμμική
αντίστροφη (θεώρητη Γευτερπία)

Θα διδούτε με την αίσκη την και τη σύντετη
φυγάδιο με διαφορετικό ρόλο.
(όπως και την σύντετη)

(26)

i) οταν $\vec{a} \parallel \vec{b}$

ii) οταν $\vec{a} \nparallel \vec{b}$