

Διακριτά Μαθηματικά
Θέματα Εξετάσεων Σεπτεμβρίου 2010

1. Θεωρούμε τα υποσύνολα του συνόλου $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ με πέντε στοιχεία.
- (α) (5 μονάδες) Πόσα τέτοια υποσύνολα υπάρχουν;
 - (β) (10 μονάδες) Πόσα τέτοια υποσύνολα έχουν μέγιστο στοιχείο ίσο με 8 ή με 9;
 - (γ) (10 μονάδες) Πόσα τέτοια υποσύνολα δεν περιέχουν κανένα από τα σύνολα $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$ και $\{5, 6\}$;
 - (δ) (5 μονάδες) Πόσα τέτοια υποσύνολα δεν περιέχουν κανένα από τα σύνολα $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$, $\{5, 6\}$, $\{7, 8\}$ και $\{9, 10\}$;
2. Θεωρούμε μια 8×8 σκακιέρα Σ .
- (α) (10 μονάδες) Πόσα το πολύ τετράγωνα της Σ μπορούμε να επιλέξουμε, έτσι ώστε να μην υπάρχουν δύο από τα επιλεγμένα τετράγωνα που να έχουν κοινή ακμή;
 - (β) (10 μονάδες) Πόσα το πολύ τετράγωνα της Σ μπορούμε να επιλέξουμε, έτσι ώστε να μην υπάρχουν δύο από τα επιλεγμένα τετράγωνα που να έχουν μία τουλάχιστον κοινή κορυφή;
3. Θεωρούμε το απλό γράφημα G με σύνολο κορυφών $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ και ακμές τις $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$, $\{4, 5\}$, $\{4, 6\}$, $\{5, 6\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 5\}$ και $\{3, 6\}$.
- (α) (10 μονάδες) Είναι το γράφημα G τριπλά συνεκτικό; Είναι επίπεδο;
 - (β) (5 μονάδες) Πόσες ακμές μπορεί να έχει ένα παράγον δένδρο του G ;
 - (γ) (5 μονάδες) Πόσα τέλεια ταιριάσματα έχει το G ;
 - (δ) (10 μονάδες) Υπολογίστε το χρωματικό αριθμό του G . Είναι το G διμερές;
4. (15 μονάδες) Υπολογίστε το χρωματικό πολυώνυμο του απλού γραφήματος στο σύνολο κορυφών $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, οι ακμές του οποίου είναι οι $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{3, 4\}$, $\{1, 4\}$, $\{3, 5\}$, $\{3, 6\}$ και $\{5, 6\}$.
5. (10 μονάδες) Θεωρούμε τα πεπερασμένα απλά συνεκτικά γράφηματα με εννέα κορυφές, τα οποία δεν είναι δένδρα. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή του πλήθους των παραγόντων δένδρων για ένα τέτοιο γράφημα;

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

Αθήνα 23/9/2010 – Διάρκεια εξέτασης 5/2 ώρες – Καλή Επιτυχία