

ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΣΤΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Χειμερινό Εξάμηνο 2006

Θέματα Εξετάσεων Φεβρουαρίου

1. Πόσες μεταθέσεις του συνόλου $\{1, 2, \dots, 6\}$ αποτελούνται από τρεις κύκλους όταν γραφούν στην κυκλική τους μορφή;

2. Έστω m τυχαίος θετικός ακέραιος.

(α) Δώστε παράδειγμα πεπερασμένης μερικής διάταξης P με ελάχιστο και μέγιστο στοιχείο, έστω $\hat{0}$ και $\hat{1}$, αντίστοιχα, και $\mu_P(\hat{0}, \hat{1}) = m$.

(β) Δώστε παράδειγμα πεπερασμένης μερικής διάταξης P με ελάχιστο και μέγιστο στοιχείο, έστω $\hat{0}$ και $\hat{1}$, αντίστοιχα, και $\mu_P(\hat{0}, \hat{1}) = -m$.

(γ) Δώστε παράδειγμα πεπερασμένης διαβαθμισμένης μερικής διάταξης P τάξεως 3 με τουλάχιστον m στοιχεία, με ελάχιστο και μέγιστο στοιχείο, έστω $\hat{0}$ και $\hat{1}$, αντίστοιχα, και $\mu_P(\hat{0}, \hat{1}) = -1$.

3. Έστω το παράταγμα \mathcal{A} των έξι υπερεπιπέδων στον \mathbb{R}^3 που ορίζονται από τις γραμμικές εξισώσεις $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 + x_3 = 0$ και $x_2 + x_3 = 0$, αντίστοιχα. Υπολογίστε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του \mathcal{A} .

4. Έστω πολυώνυμο $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ και έστω ότι

$$\sum_{n \geq 0} f(n) x^n = \frac{x + x^2}{(1 - x)^5}.$$

(α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου f ;

(β) Υπολογίστε τη γεννήτρια συνάρτηση $\sum_{n \geq 1} f(-n) x^n$.

5. Έστω ακέραιοι $0 \leq r \leq d$ και έστω $h_0 = h_1 = \dots = h_r = 1$, $h_j = 0$ για $r < j \leq d$. Δείξτε ότι υπάρχει Cohen-Macaulay σύμπλεγμα Δ διάστασης $d - 1$ με h -διάνυσμα $h(\Delta) = (h_0, h_1, \dots, h_d)$.

Αθήνα, 20 Φεβρουαρίου 2007.

Καλή Επιτυχία.