Παρατήρηση σχετικά με την Πρόταση 3:

Το (iii) μπορεί να ισχυροποιηθεί ως εξής:
$A \in \mathscr{B},\ \mu(A) > 0 \implies \mu\left(\bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{m=n}^{\infty} T^{-m}(A)\right) = 1.$
(Δηλ. μ-σχεδόν κάθε σημείο $x \in X$ επισκέπτεται το A άπειρες φορές· το (iii) της Πρότασης 3 ισχυρίζεται ότι μ-σχεδόν κάθε σημείο $x \in X$ επισκέπτεται το A τουλάχιστον μία φορά.)

Απόδειξη. Έστω T εργοδική. Από το (iii) της Πρότασης 3

$$A \in \mathscr{B},\ \mu(A) > 0 \implies \mu\left(\bigcup_{m=0}^{\infty} T^{-m}(A)\right) = 1.$$

Άρα, επειδή μ είναι T-αναλλοίωτο,

$$\mu\left(\bigcup_{m=n}^{\infty} T^{-m}(A)\right) = \mu\left(T^{-n}\left(\bigcup_{m=0}^{\infty} T^{-m}(A)\right)\right) = 1.$$

Τέλος, επειδή τα $\bigcup_{m=n}^{\infty} T^{-m}(A)$ φθίνουν καθώς το n αυξάνει,

$$\mu\left(\bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{m=n}^{\infty} T^{-m}(A)\right) = \lim_{n\to\infty} \mu\left(\bigcup_{m=n}^{\infty} T^{-m}(A)\right) = 1. \qquad \square$$

Παρατήρηση σχετικά με εργοδικότητα:

Αν T εργοδική, τότε: $A \in \mathscr{B},\ T^{-1}(A) \subseteq A \implies \mu(A) \in \{0,1\}$.

Απόδειξη. Αν $A \in \mathscr{B}$, $T^{-1}(A) \subseteq A$, τότε $T^{-n}(A) \subseteq A\ \forall n \in \mathbb{N}$. Αν ήταν $\mu(A) \in (0,1)$, θα είχαμε αντίφαση στην Πρόταση 3 (iv), γιατί θα είχαμε $\mu(A) > 0$, $\mu(A^{\mathrm{c}}) > 0$, και άρα θα έπρεπε

$$\mu(A \cap A^{\mathrm{c}}) \geq \mu(T^{-n}(A) \cap A^{\mathrm{c}}) > 0$$

για κάποιο $n \in \mathbb{N}$. $\square$

Ως Πόρισμα συνάγεται επίσης και το εξής:

Αν T εργοδική, τότε: $A \in \mathscr{B},\ T(A) \subseteq A \implies \mu(A) \in \{0,1\}$.

Απόδειξη. Έστω $A \in \mathscr{B}$ με $T(A) \subseteq A$. Τότε $T^{-1}(A^{\mathrm{c}}) \subseteq A^{\mathrm{c}}$. Πράγματι, αν $T(x) \in A^{\mathrm{c}}$, τότε δεν μπορεί $x \in A$, γιατί τότε θα είχαμε και $T(x) \in A$ (αφού $T(A) \subseteq A$)· άρα $x \in A^{\mathrm{c}}$. Τώρα όμως έπεται από την προηγούμενη παρατήρηση ότι $\mu(A^{\mathrm{c}}) \in \{0,1\}$, και άρα και $\mu(A) \in \{0,1\}$. $\square$